Royaume du Maroc

Ministère de l'Education Nationale
de la Formation Professionnelle
de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Centre Régional des Métiers de l'Education et de la Formation Casablanca-Settat
Section Provinciale d'El Jadida

Module Cours de Physique:
Circuits électriques
Lois et Théorèmes généraux

Pr. Aziz Boukhair

Année de formation 2021/2022

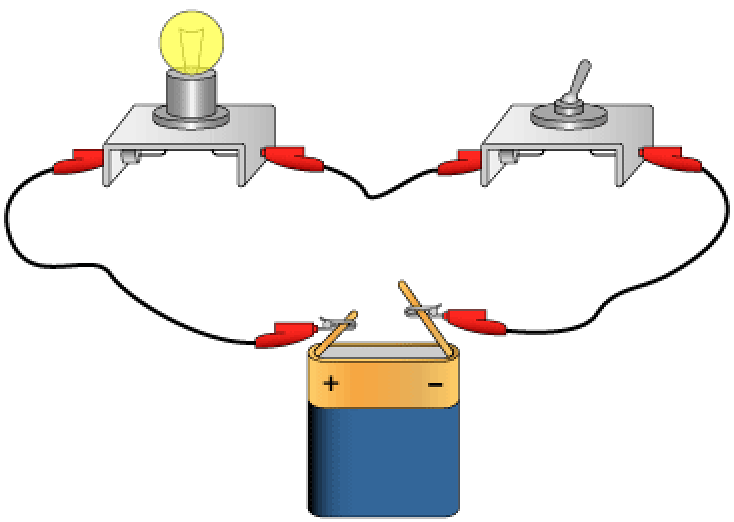
Circuit électrique

Un **circuit électrique** est constitué de **différents composants reliés** entre eux **par des fils**.

L'ensemble des composants de ce circuit est réparti sur un **parcours fermé** que l'on nomme **circuit électronique simple.**

En abaissant l'interrupteur, on **ferme le circuit.**

En soulevant l'interrupteur, on **ouvre le circuit.**



Circuit électrique

Lorsque la lampe est allumée, on dit que le circuit est le siège d'un **courant électrique**.

La pile est responsable du courant: c'est un **générateur** ou **électromoteur.**

La lampe reçoit le courant et l'utilise pour éclairer: c'est un **récepteur.**

Les **fils électriques** permettent la liaison entre les différents éléments du circuit.

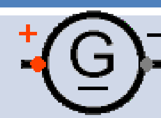
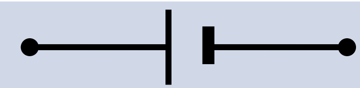
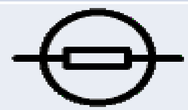
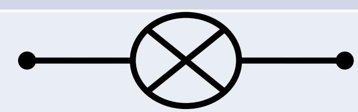
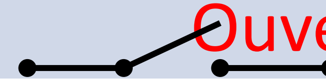
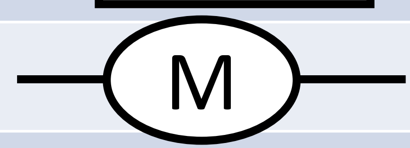
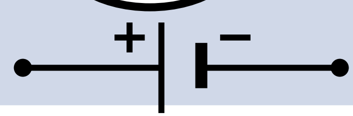
Les points de branchement des fils sur un appareil sont les **bornes** de l'appareil ou **pôles.**

Les bornes d'un générateur sont généralement distingués par les signes **+** et **–** ou par leurs couleurs.

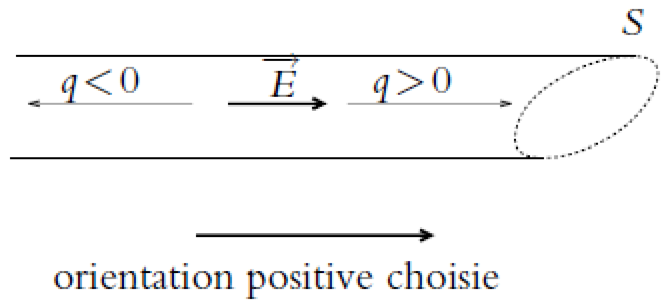
Représentation schématique du circuit

Pour dessiner un circuit, il a été convenu que la même représentation serait adoptée par tous.

Pour cela chaque élément d'un circuit est représenté par son **symbole normalisé**.

Eléments de circuit	Symboles normalisés
Générateur	 
Lampe	 
Interrupteur	Fermé   Ouvert
Fils de connexion	Traits horizontaux ou verticaux
Résistance	
Moteur	
Pile	

Courant électrique



Soit un fil de section S quelconque. On soumet ce fil à l'action d'un **champ électrique extérieur** orienté le long de ce fil. On admet **arbitrairement que l'orientation du champ électrique oriente le fil**.

Sous l'action du champ électrique extérieur, **les porteurs de charges sont soumis à la force F = q.E** et sont donc animés d'un mouvement d'ensemble tel que :

- Les **charges positives se déplacent dans le sens du champ**,
- Les **charges négatives dans le sens contraire**.

Courant électrique

Le courant électrique est **un déplacement de charges**.

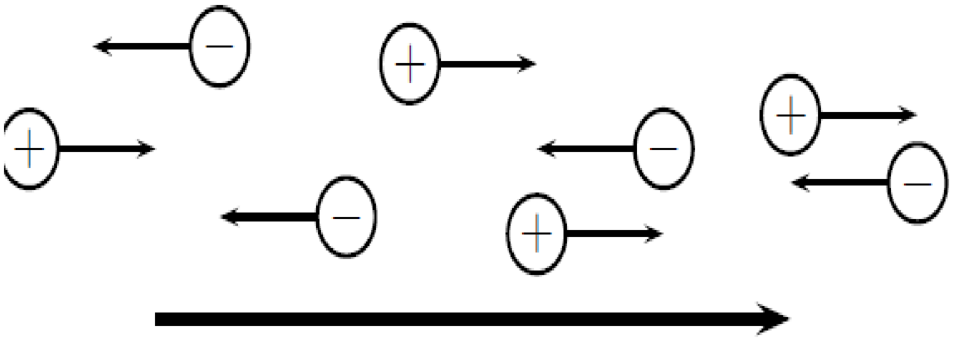
Le **courant électrique** dans un circuit correspond à un **mouvement ordonné de charges** électriques, appelées **porteurs de charges,** sans tenir compte du mouvement microscopique désordonné de ces charges.

Courant électrique

Sens conventionnel du courant :

Une solution de **sel NaCl** dissocié en Na^+ et Cl^- en solution aqueuse. Si on la soumet à un **champ électrique** entre deux électrodes, on observe que **les charges positives et les charges négatives se déplacent en sens opposé**. **L'ensemble du mouvement des charges de signes opposés forment le courant électrique**:

Le **sens du courant** est conventionnellement le **sens de déplacement des charges positives** soumises au champ électrique extérieur



Courant électrique

Intensité du courant

On considère un **fil conducteur** et **une section S de référence**. La **charge qui traverse** cette section **S pendant** la durée **Δt** est notée **Δq**. On définit alors **l'intensité I d'un courant permanent** (invariable dans le temps) par :

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Dans le cas où **le courant varie dans le temps**, pour avoir **l'intensité instantanée i** on considère une **durée dt infiniment petite** et la **charge écoulée dq est également infiniment petite.**

L'intensité instantanée se définit alors par:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

L'usage consacre la **lettre majuscule I** pour des **intensités constantes** et la **minuscule i** pour des **intensités variables dans le temps**.

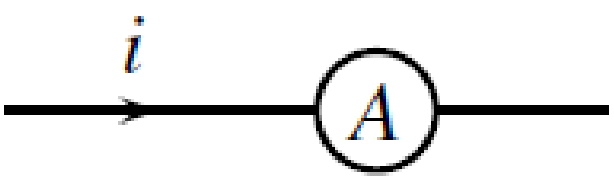
Courant électrique

Mesure de l'intensité d'un courant:

L'intensité d'un courant se mesure avec **un ampèremètre**. L'ampèremètre doit **compter la charge qui traverse une section d'un fil en cours du temps**, pour cela, on **le branche en série** sur le fil dont on souhaite mesure l'intensité du courant.

L'intensité d'un courant dans un **fil unique** reste **constante**, quelque soit **la position dans le fil**.

L'ampèremètre est symbolisé par:



L'intensité du courant se mesure **en ampère**, unité de **symbole A** : **$1\ A = 1\ C.m^{-1}$**.

Courant électrique

Quel est l'ordre de grandeur de l'intensité i du courant ?

On définit les domaines de :

L'électronique signal, où les intensités des courants sont de **l'ordre de grandeur du mA**: les ordinateurs, les téléphones portables,…

L'électrotechnique, où les courants peuvent **atteindre 10^3A**: les moteurs électriques des TGV (500 à 10^3 A), la consommation électrique d'usine, …

Les phénomènes naturels, par exemples les éclairs d'orages où l'intensité du courant peut **atteindre 50.10^3 A**, pendant une durée très brève.

Tension et potentiel

Définitions

On appelle **tension** ou **différence de potentiel** la **grandeur mesurée** par un **voltmètre entre deux points A et B**.

Elle s'exprime **en volt**, de **symbole V**, en hommage au physicien **Volta (1745 - 1827).**

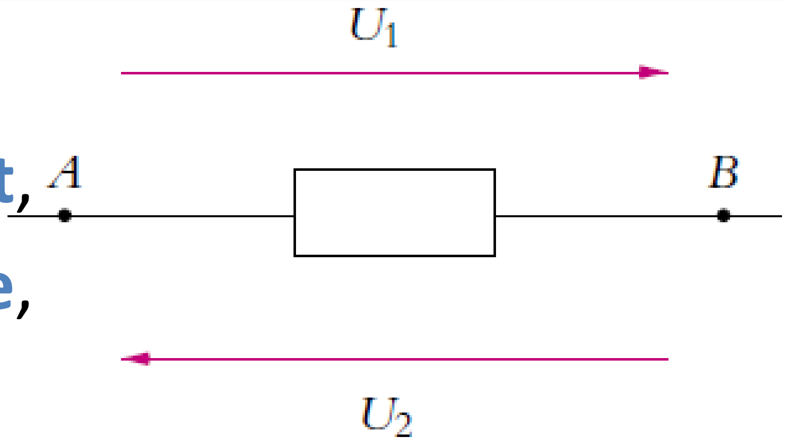
On **notera les tensions** avec la **lettre U** et **les potentiels avec la lettre V**.

La **tension U_{AB} entre deux points A et B** d'un conducteur est égale à **la différence de potentiel entre ces deux points**:

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

Tension et potentiel

Définitions



Aux bornes **d'un élément de circuit**, qu'on représente par **un rectangle**, on mesure **une tension U**.

Cette **tension** est indiquée sur le schéma **par une flèche dont le sens est très important**: il s'agit du choix de l'orientation de la tension soit $U_1 = V_B - V_A$ soit $U_2 = V_A - V_B$.

Ce choix, **parfaitement arbitraire**, permet de **déterminer** le **point** dont **le potentiel est le plus élevé**: si $U_1 > 0$ alors le **point A a un potentiel plus élevé que le point B**.

Tension et potentiel

Masse ou référence de potentiel

La **tension** qu’on **mesurer expérimentalement** est une **différence de potentiel entre deux points**: aucun appareil ne permet d’accéder à la mesure du potentiel en un point donné.

Le potentiel en un point est défini à une constante près.

Pour **fixer cette constante**, on choisit arbitrairement **une référence de potentiel nul**, qu’on appelle **la masse**.

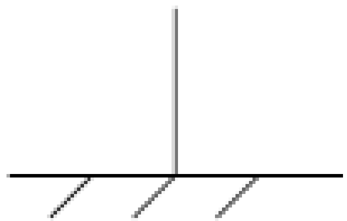
Pour des raisons de sécurité, **on relie la carcasse des appareils à la Terre**.

Souvent la Terre est également reliée à une borne de l’appareil : **la masse est alors prise à la Terre**.

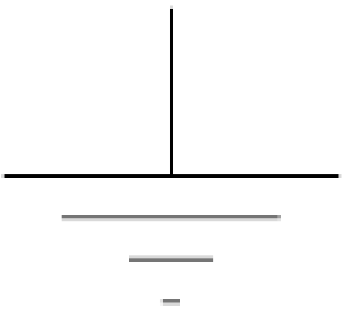
Les appareils pour lesquels cette liaison n’existe pas sont dits **à masse flottante**.

Tension et potentiel

Symboles de la masse et de la Terre



masse



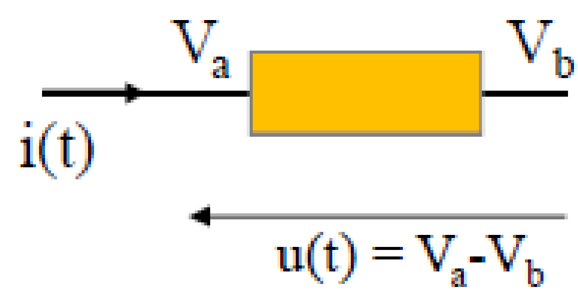
Terre

Convention récepteur et générateur

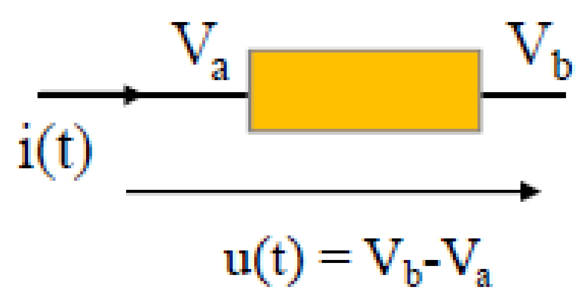
L'intensité et **la tension** sont des **grandeurs algébriques**, elles peuvent être **positives** ou **négatives** suivant que **l'orientation effective** correspond ou non à **l'orientation conventionnelle** choisie.

Il existe **deux possibilités d'orientations** relatives de la tension et de l'intensité : **de même sens ou de sens opposé**.

la **convention récepteur** où **l'intensité i et la tension u sont choisies de sens opposé.**



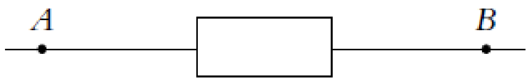
la **convention générateur** où **l'intensité i et la tension u sont choisies de même sens**.



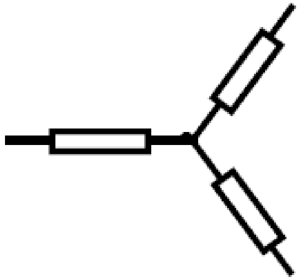
Terminologie des circuits

Définitions:

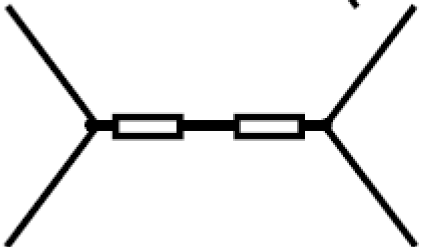
Un dipôle: un **élément de circuit** relié au reste du circuit **par deux bornes**.



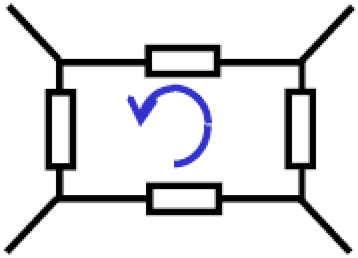
Nœud : Un nœud est **le point de jonction** entre au moins trois fils de connexion.



Branche: Une branche est un ensemble de dipôles montés en série **entre deux nœuds**.



Maille: Une maille est un **ensemble de branches** formant un **circuit fermé**.



Réseau: L’ensemble des éléments d’un circuit électrique

Terminologie des circuits

Régime continu et variable

On dit qu'on est **en régime continu** lorsque **toutes les grandeurs sont indépendantes du temps**.

On parle de **régime variable** quand **les grandeurs dépendent du temps**.

Dans un circuit **en régime continu**, il n'y a pas d'accumulation de charges : **l'intensité est donc la même en tout point d'une branche**.

Cette **propriété reste valable en régime variable** si on peut **négliger les phénomènes de propagation**: le temps de propagation est très petit devant le temps caractéristique du régime variable. On dit qu'on travaille alors dans **l'approximation des régimes quasistationnaires encore notée ARQS**.

Terminologie des circuits

Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires (ARQS) ou régimes quasi-permanents (ARQP):

- L'électricité ne se propage pas instantanément : elle le fait sous forme d'onde électromagnétique, à une vitesse égale à celle de la lumière $c = 3.10^8\ ms^{-1}$.
- Si le circuit a une taille L, le temps de propagation que met l'information pour aller d'une extrémité à l'autre du circuit est de l'ordre de : $\tau = L/c$
- Pour savoir s'il est important de tenir compte de τ, il faut le comparer au temps caractéristique de variation des signaux, qui peut être par exemple leur période T.

Terminologie des circuits

Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires (ARQS) ou régimes quasi-permanents (ARQP):

- Avec L = 10 m, on trouve $\tau = 3{,}3.10^{-7}$s, ce qui est négligeable par rapport à l'échelle de temps de variation du courant 50 Hz : $T = 1/f = 2.10^{-2}$ s.

L'ARQS est vérifiée : $\tau \ll T \; ou \; L \ll cT$

- L'ARQS est vérifiée pour une ligne à haute tension, d'une longueur L =300 km, qui sépare une centrale électrique d'un particulier:

$$\tau = \frac{L}{c} = \frac{3.10^5}{3.10^8} = 10^{-3} s \ll T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 2.10^{-2} s$$

Dipôles

Définition:

- Un **dipôle** est tout **élément électrique qui possède deux bornes**: le courant entre par une borne et sort par l'autre.
- **Un dipôle passif** est un dipôle qui **ne peut pas créer lui-même du courant**: s'il n'est soumis à aucune tension, aucun courant ne le traverse comme la résistance, le condensateur et la bobine.
- **Un dipôle actif** est un dipôle qui permet le passage d'un courant dans le circuit. Il a une fonction génératrice, il génère le déplacement des électrons dans le circuit, on le nomme générateur. Un dipôle actif n'est pas symétrique et il faut distinguer ses deux bornes.

Dipôles

Définition:

- **Un dipôle est linéaire** si **la tension** à ses bornes **u(t)** et **l'intensité** qui le traverse **i(t)** sont **liées** par **une équation différentielle linéaire à coefficients constants**:

$$u = ai + b$$

Si **l'intensité** et/ou la **tension varie** en **fonction des dérivées de l'une ou l'autre de ces grandeurs**, il faut une **équation différentielle qui est souvent du premier ordre** :

$$a_1 \frac{du}{dt} + a_0 u + b_1 \frac{di}{dt} + b_0 i = f(t)$$

en notant f(t) une fonction du temps indépendante de la tension u et de l'intensité i et a_0, a_1, b_0 et b_1 des constantes.

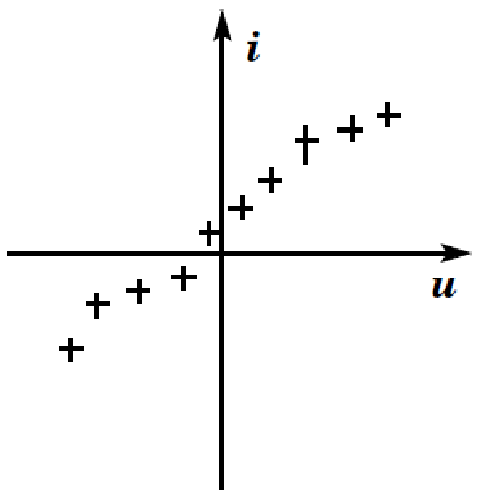
Dipôles

Caractéristique courant-tension d'un dipôle

L'étude des propriétés électriques d'un dipôle consistent à **relever les variations de l'intensité du courant traversant le dipôle lorsqu'on fait varier la tension à ses bornes**.

Ces mesures conduisent ainsi à des points expérimentaux dans un plan (u, i).

La représentation graphique de ces mesures reliant les grandeurs i et u est **la caractéristique du dipôle**:



- La caractéristique tension-courant U=f(I),
- La caractéristique courant-tension I=f(U).

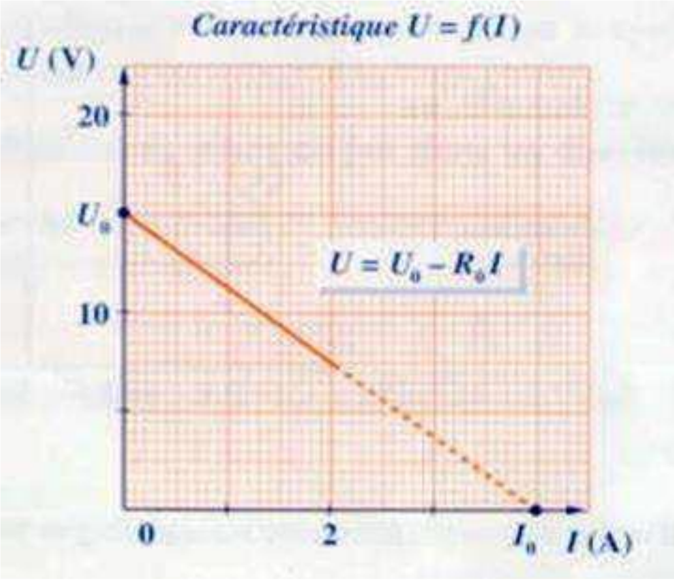
Dipôles

Caractéristique courant-tension d'un dipôle

- **Si la caractéristique ne passe pas par le point (U = 0, I = 0), le dipôle est dit actif**:

✓ L'intensité I_0 correspondant à l'intersection de la caractéristique avec l'axe U = 0 est appelée intensité de court-circuit.

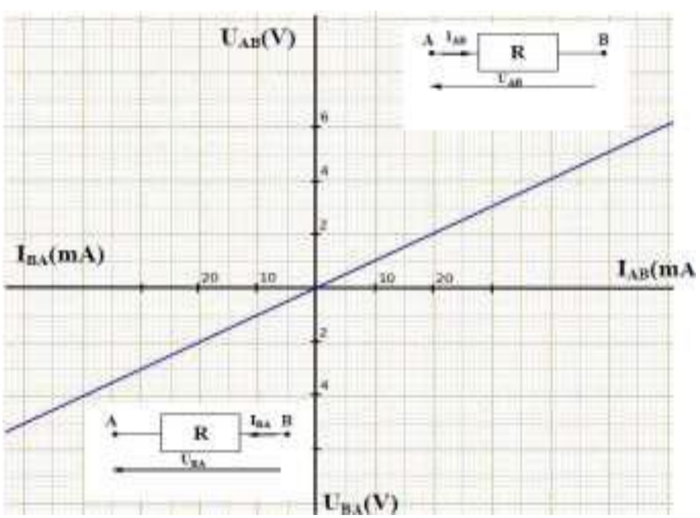
✓ La tension U_0 correspondant à l'intersection de la caractéristique avec l'axe I = 0 est appelée tension en circuit ouvert du dipôle.

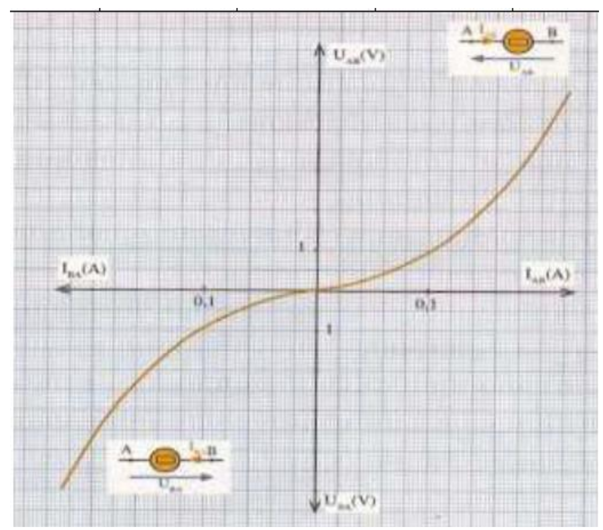


Dipôles

Caractéristique courant-tension d’un dipôle

- Un dipôle est dit passif si sa caractéristique passe par l'origine (u = 0, i = 0). Un tel dipôle a une intensité de court-circuit et une tension en circuit ouvert nulles.
- Un dipôle est dit symétrique si sa caractéristique admet l'origine (u = 0, i = 0), comme centre de symétrie.
- Un dipôle est dit linéaire si la relation i = f(u) est affine, donc si sa caractéristique est une droite.

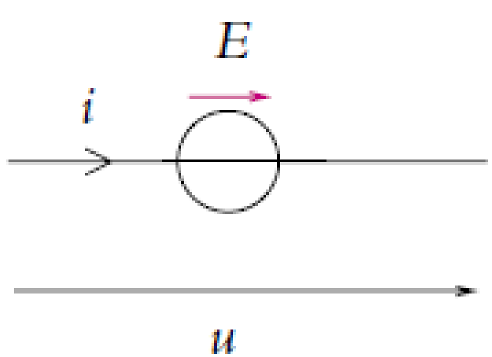


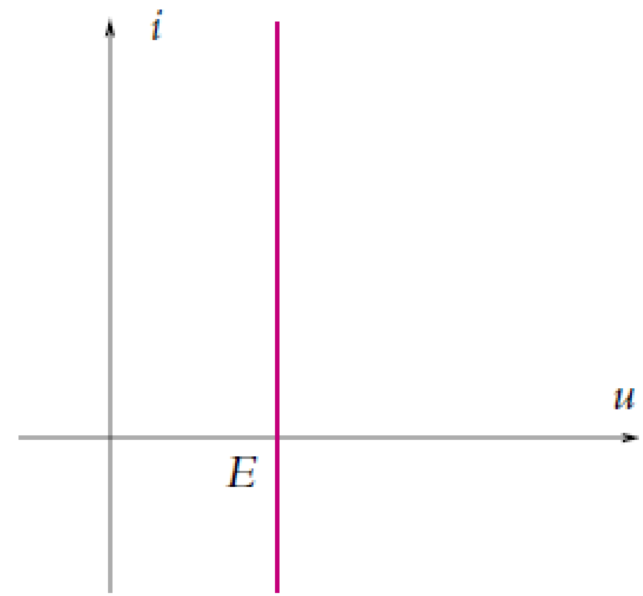


Dipôles

Dipôles linéaires actifs : Sources de tension idéale

On appelle **source de tension idéal** un **dispositif** qui impose une **différence de potentiel constante** aux bornes du circuit auquel il est relié, quelle **que soit l'intensité du courant** qui le traverse.



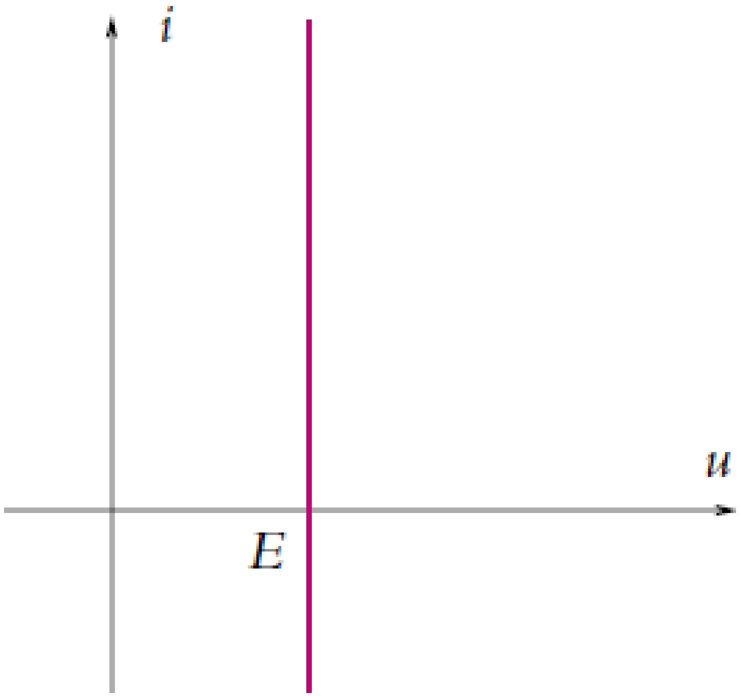


La représentation et la caractéristique en convention générateur et d'une source idéale de tension

Dipôles

Dipôles linéaires actifs : Sources de tension idéale

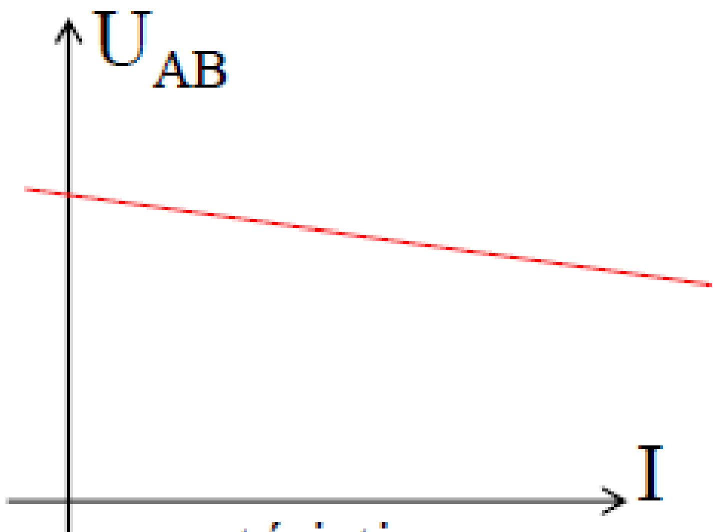
La tension est indépendante de l'intensité du courant parcourant le circuit: c'est la **force électromotrice de la source (f.e.m.) ou de tension à vide E (i = 0).**



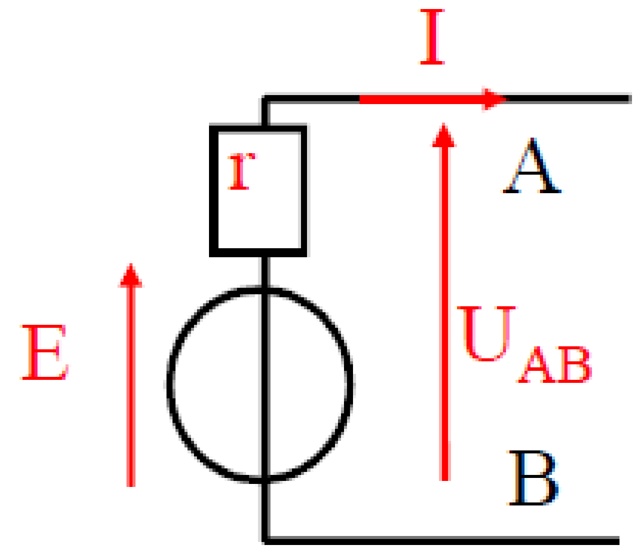
Il faudra porter une attention particulière à ce type de dipôles car si **la tension à ses bornes est connue**, il **n'en est rien de l'intensité qui le traverse** : elle peut a priori **prendre toutes les valeurs possibles.**

Dipôles

Dipôles linéaires actifs : Source de tension réelle



caractéristique



$$U_{AB} = E - rI$$

U_{AB} : est la tension aux bornes de la source

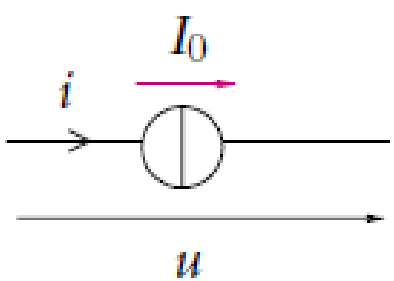
E : est la force électromotrice

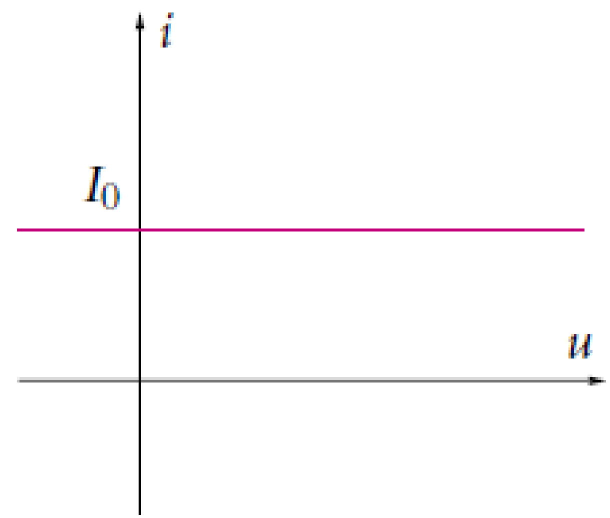
r ≠ 0 Résistance interne

Dipôles

Dipôles linéaires actifs : Sources de courant

On appelle **source de courant idéal** un **dispositif** qui débite un **courant d'intensité constante** dans le circuit auquel il est relié **quelle que soit la tension à ses bornes** et ce indépendamment du circuit.



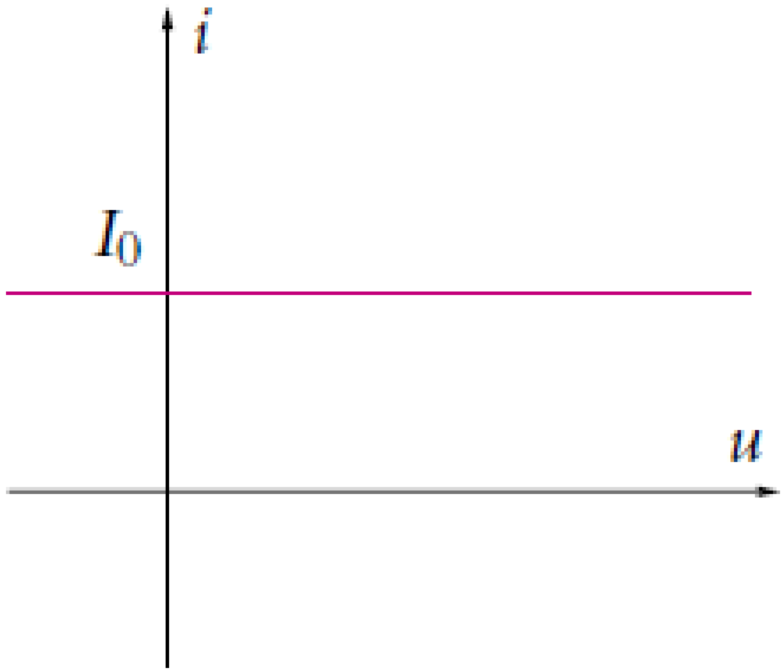


La représentation et la caractéristique en convention générateur et d'une source idéale de courant.

Dipôles

Dipôles linéaires actifs : Sources de tension et de courant

La grandeur I_0 est appelée **courant de court-circuit** ou **courant électromoteur (c.e.m.)**: elle est indépendante du circuit et en particulier un fil de connexion créant un court-circuit.



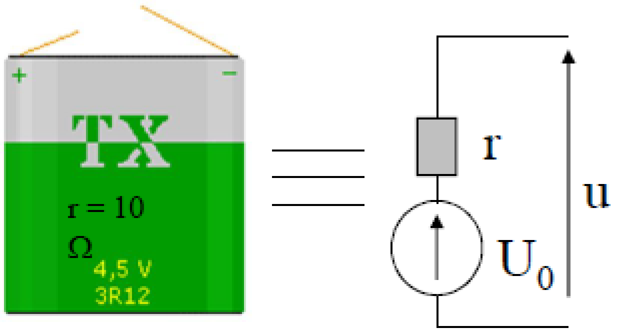
la valeur de **l'intensité est indépendante de la valeur de la tension** : la donnée de l'intensité ne fixe pas celle de la tension. **La tension peut prendre n'importe quelle valeur.**

Dipôles

Comment connaître la tension aux bornes d'un dipôle et le courant qui le traverse lorsqu'il est branché aux bornes d'un générateur ?

Graphiquement: cela se fait en trois étapes :

Etape 1: Tracer la droite de charge du générateur de tension réel :

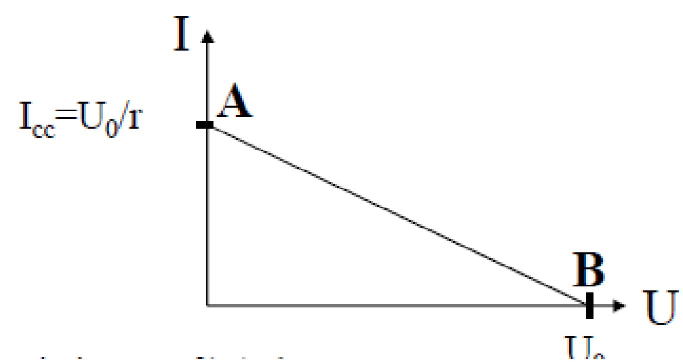


La droite de charge d'un générateur est la caractéristique I=f(U) du générateur .

Deux points caractéristiques :

En A: c'est le **courant de court-circuit: $I_{cc}= U_0/r$** (éviter de trop tester ce point !),

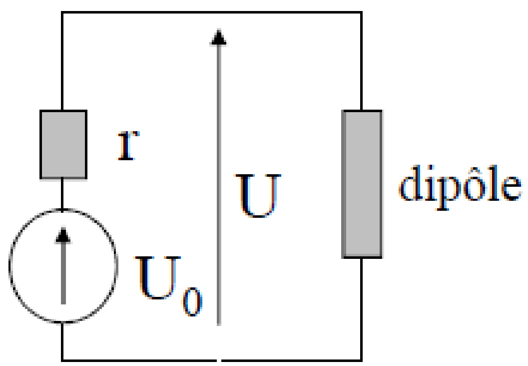
En B : c'est **la tension à vide** mesurée circuit ouvert donc lorsque I = 0.

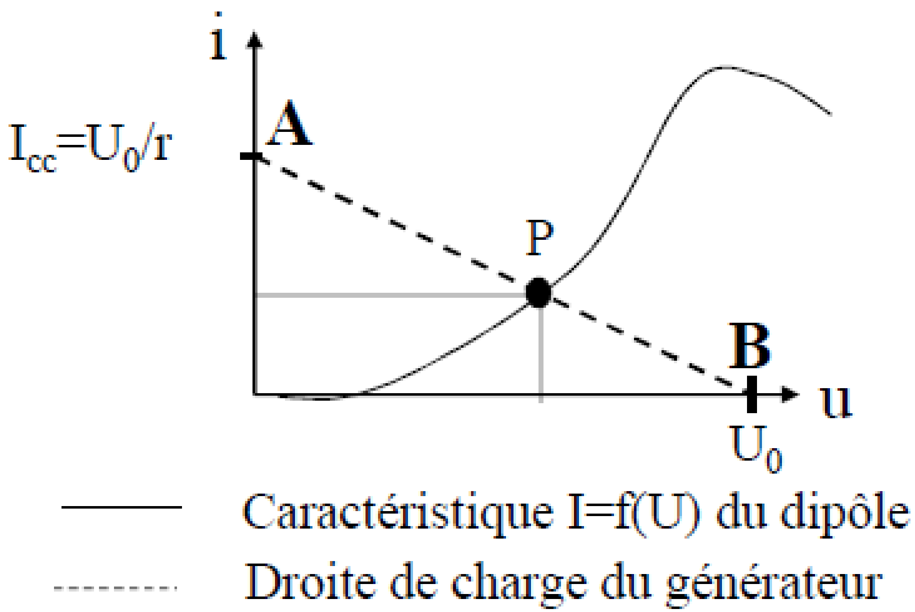


Dipôles

Comment connaître la tension aux bornes d'un dipôle et le courant qui le traverse lorsqu'il est branché aux bornes d'un générateur ?

Etape 2: Placer la caractéristique I(U) du dipôle sur le même graphe



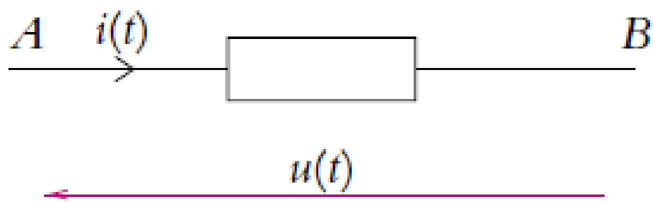


Etape 3: **L'intersection entre les deux courbes** donne **le point de fonctionnement : P.**

Puissance

Soit un **dipôle** parcouru par un **courant d'intensité i(t)** et aux bornes duquel on a **une tension**

$$u(t) = V_A - V_B$$



La **puissance instantanée** est par définition la quantité :

$$P(t) = u(t).i(t)$$

Si on est en **régime continu** alors intensité et tension ne dépendent pas du temps et on peut écrire : $P = U.I$

L'unité de la puissance est le **watt**, de symbole **W** ($J.s^{-1}$).

Pour mesurer la consommation électrique, en utilise **kilowatt.heure**, de symbole **kW.h** au lieu de joule.

L'équivalent en joules d'un kilowatt.heure est

1 kW.h = 1 000 × 3 600 = 3,6 MJ.

Lois de Kirchhoff

Le **physicien allemand Gustav Kirchhoff** a établi **en 1845 deux lois** qui fondent tous **les calculs sur les circuits électriques**.

Ces lois permettent de **calculer** soit **les intensités dans toutes les branches** du circuit considéré, soit toutes **les tensions entre les nœuds** du circuit.

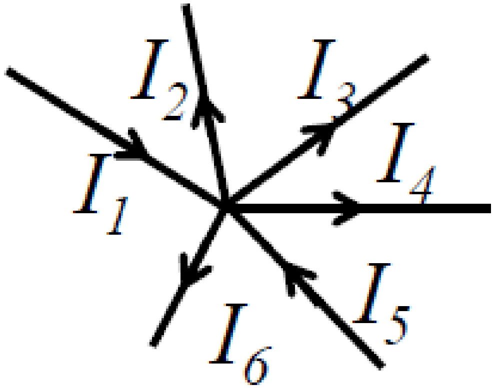
La première loi est appelée **loi des mailles**, la seconde **loi des nœuds**.

Lois de Kirchhoff

1. Loi des nœuds:

C'est une conséquence de la conservation de la charge électrique.

La somme des intensités des courants qui arrivent à un nœud est **égale à la somme des intensités des courants qui en repartent**.



$$I_1 + I_5 = I_2 + I_3 + I_4 + I_6$$

Plus généralement la loi des nœuds s'écrit:

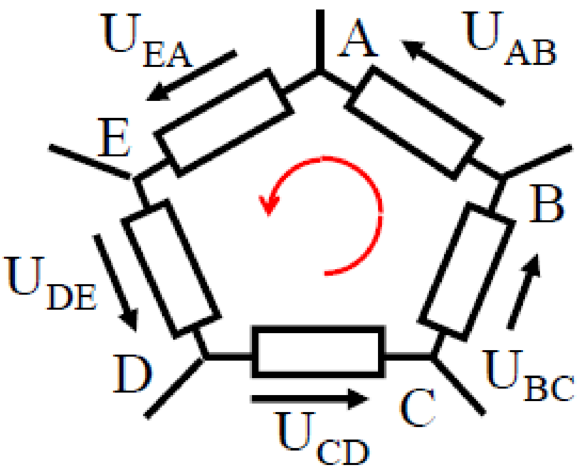
$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k I_k = 0$$

ε_k vaut +1 si I_k arrive au nœud et –1 s'il en repart.

Lois de Kirchhoff

2. La loi des mailles:

La somme des tensions aux bornes des différentes branches d'une maille parcourue dans un sens déterminé est nulle.



Plus généralement la loi des mailles s'écrit:

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k U_k = 0$$

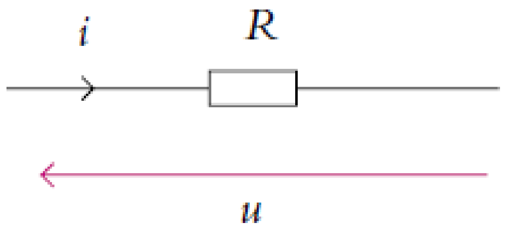
ε_k vaut +1 si U_k est orientée dans le sens de maille et –1 dans le cas contraire.

$$U_{AB} + U_{BC} + \ldots + U_{EA} = 0$$

Circuits linéaires dans l'ARQS

Résistor de résistance R:

Ce dipôle est schématisé en convention **récepteur** par :



Caractéristique:

Il s'agit du dipôle qui vérifie **la loi d'Ohm** en convention récepteur :

$$u = R.i$$

R est appelé **résistance**, elle est **positive** et s'exprime en **ohms**, de symbole Ω.

On peut également définir **la conductance G** comme l'inverse de la résistance :

$$G = \frac{1}{R}$$

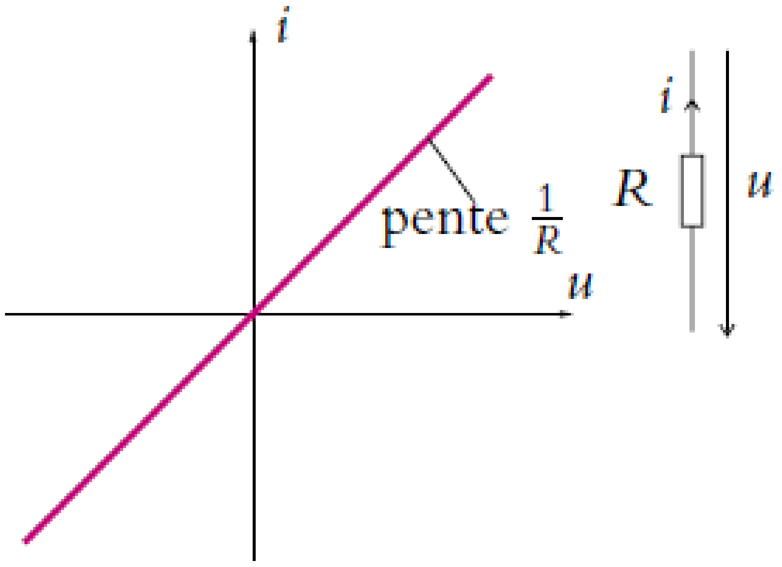
G s'exprime en Ω^{-1}
ou en siemens, de symbole S

En convention récepteur, la loi d'Ohm s'écrit aussi : $i = G.u$

Circuits linéaires dans l'ARQS

Résistor de résistance R:

On peut représenter cette relation en traçant l'intensité i traversant le résistor en fonction de la tension à ses bornes: on dit qu'on trace **la caractéristique courant-tension du résistor.**

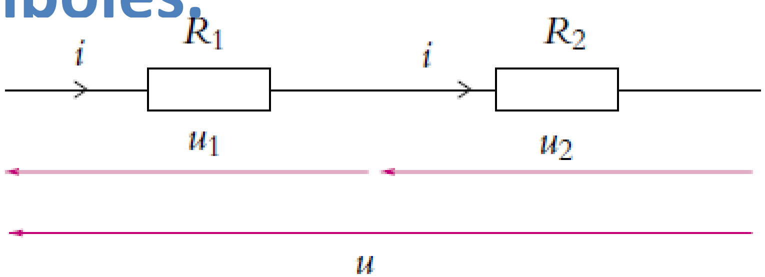


Caractéristique courant-tension d'un résistor en convention récepteur.

Circuits linéaires dans l'ARQS

Résistor de résistance R: Association en série

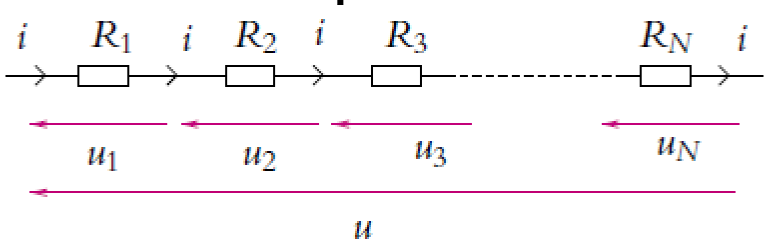
Cette association consiste à placer les dipôles de telle sorte que **la même intensité traverse les dipôles.**



On en déduit que la **tension aux bornes de l'ensemble** est **la somme des tensions aux bornes de chaque dipôle** :

$$u = u_1 + u_2$$

On peut généraliser ce résultat au cas de N dipôles :



$$i_1 = i_2 = \ldots = i_N = i$$

$$u = u_1 + u_2 + \ldots + u_N$$

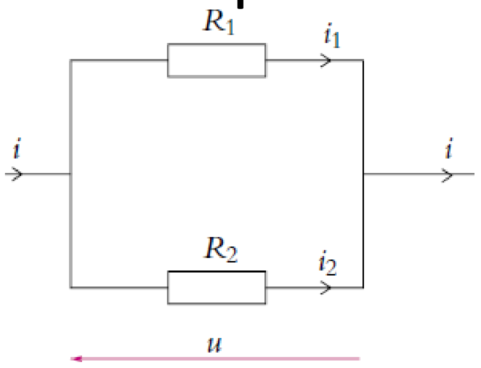
$$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_N$$

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \ldots + \frac{1}{G_N}$$

Circuits linéaires dans l'ARQS

Résistor de résistance R: Association en parallèle

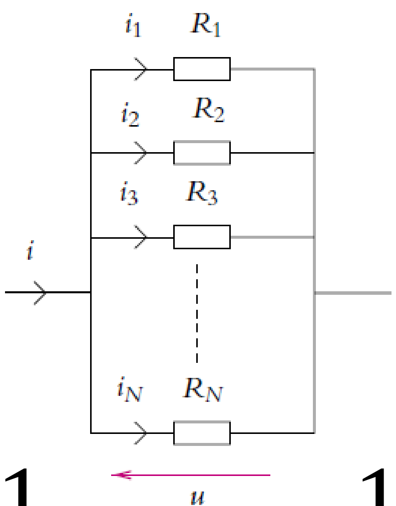
Cette association correspond au cas où les deux dipôles ont **même tension à leurs bornes**:



On en déduit que **l'intensité entrant ou sortant de l'association parallèle** est **la somme des intensités traversant chaque dipôle** :

$$i = i_1 + i_2$$

On peut généraliser au cas de N dipôles :



$$u_1 = u_2 = \ldots = u_N = u$$

$$i = i_1 + i_2 + \ldots + i_N$$

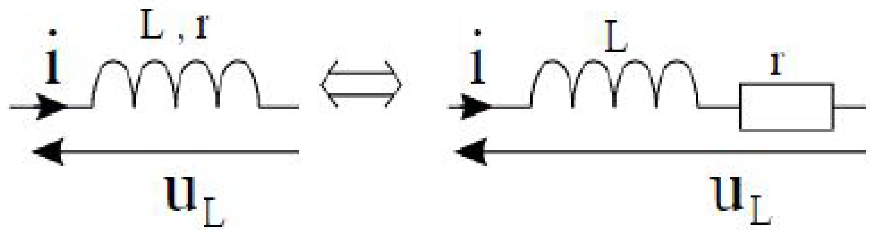
$$G = G_1 + G_2 + \ldots + G_N \qquad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_N}$$

Circuits linéaires dans l’ARQS

Bobine d’inductance L:

Une bobine est constituée d’un **enroulement de spires conductrices autour d’un isolant**.

Elle admet donc une **certaine résistance interne r** du fait de cette **grande longueur de fil**.



Symbole de la bobine en convention récepteur

Le phénomène d’auto-induction: le passage **d’un courant i** qui varie dans les spires de la bobine **créé un champ magnétique B** qui fait apparaître **une tension U_L** aux bornes de celle-ci .

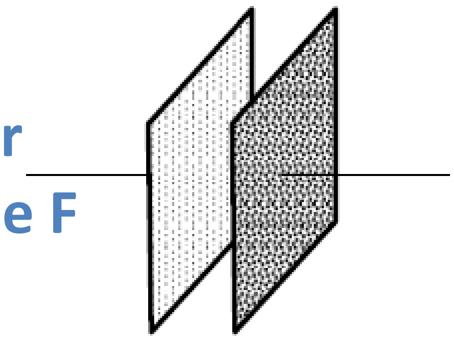
$$u_L = L\frac{di}{dt} + ri$$

L est l’inductance de la bobine (en Henry (H))

Circuits linéaires dans l'ARQS

Condensateur de capacité C:

Un condensateur est constitué de **deux armatures conductrices placées face à face et séparées par un isolant**. Ces armatures constituent **un dipôle**.

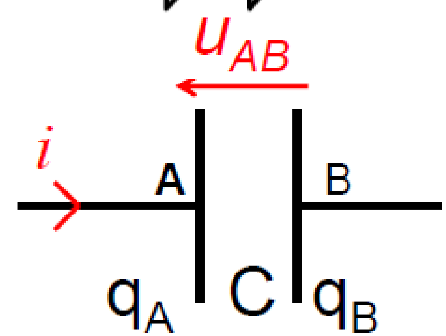


$$q_A = C.u_{AB}$$

C est la capacité du condensateur
Elle exprime en farad, de symbole F

L'intensité i du courant arrivant sur l'armature A est la dérivé de la charge q_A par rapport au temps.

$$i = \frac{dq_A}{dt}$$



$q_B = - q_A$

Si **l'intensité est constante**, la charge q_A **est proportionnelle au temps**, on retrouve la relation $q_A = I_0 \cdot \Delta t$.

$$i = C.\frac{du_{AB}}{dt}$$

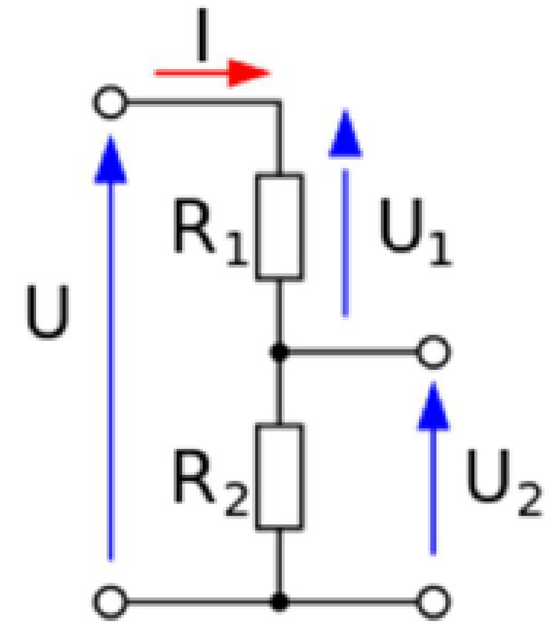
Diviseur de tension et de courant

Diviseur de tension:

Le diviseur de tension est un **montage électronique simple** qui permet de **diviser une tension d'entrée**.

Un **circuit constitué** de **deux résistances en série** est, par exemple, un **montage élémentaire** qui peut **réaliser cette opération**.

$$U_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



Le rapport de la tension aux bornes d’une résistance à la tension totale est égal au rapport de la résistance considérée à la résistance totale.

Diviseur de tension et de courant

Diviseur de tension:

Pour N résistors en série soumis à la tension totale U, la tension U_k aux bornes du résistor de résistance R_k est :

$$U_k = U \frac{R_k}{\sum_{i=1}^{N} R_i}$$

Il faut faire attention à appliquer correctement la formule du diviseur de tension notamment quand on a des associations de résistances en parallèle dans le circuit. Il faut remplacer les résistances en parallèles par leur résistance équivalente Req.

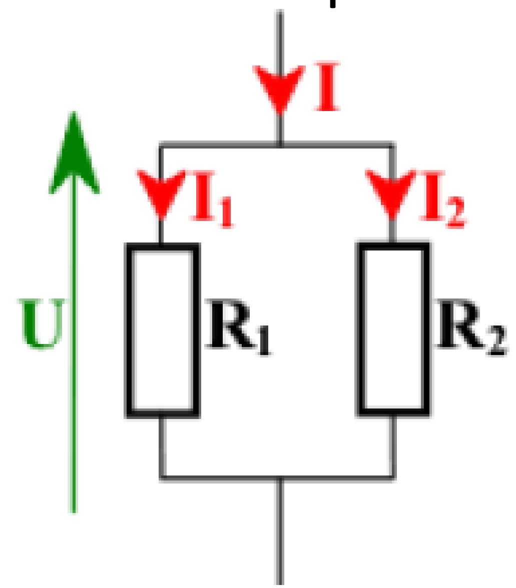
Diviseur de tension et de courant

Diviseur de courant :

Un diviseur de courant est un **montage électronique simple** permettant **d'obtenir un courant proportionnel à un autre courant.**

Soit un nœud simple et deux branches dont les résistances R_1 et R_2. Si on note respectivement G_1 et G_2 les conductances des deux branches. L'intensité du courant dans la branche 1 est donnée par :

$$I_1 = I\frac{G_1}{G_1 + G_2}$$



Le rapport de l'intensité parcourant une conductance à l'intensité totale est égal au rapport de la conductance considérée à la conductance totale.

Diviseur de tension et de courant

Diviseur de courant :

Pour N résistors en parallèle soumis à l'intensité totale i, l'intensité i_k dans le résistor de conductance G_k est :

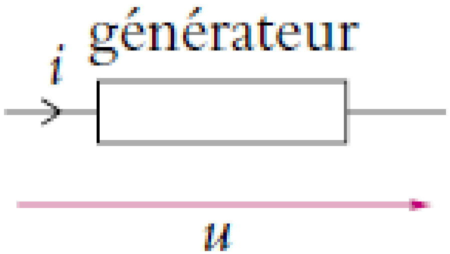
$$i_k = i \frac{G_k}{\sum_{i=1}^{N} G_i}$$

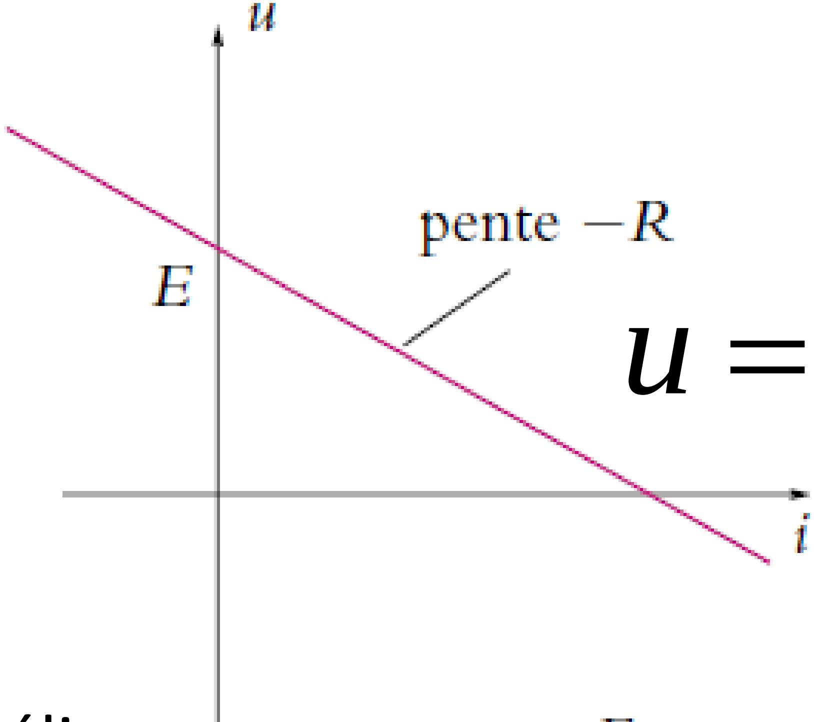
Il faut faire attention à appliquer correctement la formule du diviseur de courant notamment quand on a des associations de résistances en série dans le circuit.

Il faut également faire attention à l'orientation des intensités.

Théorème de Thévenin

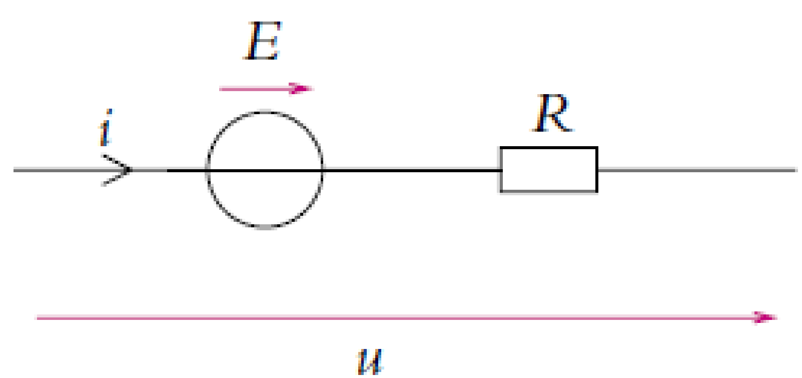
L'allure de la caractéristique tension-courant des générateurs :





$$u = E - Ri$$

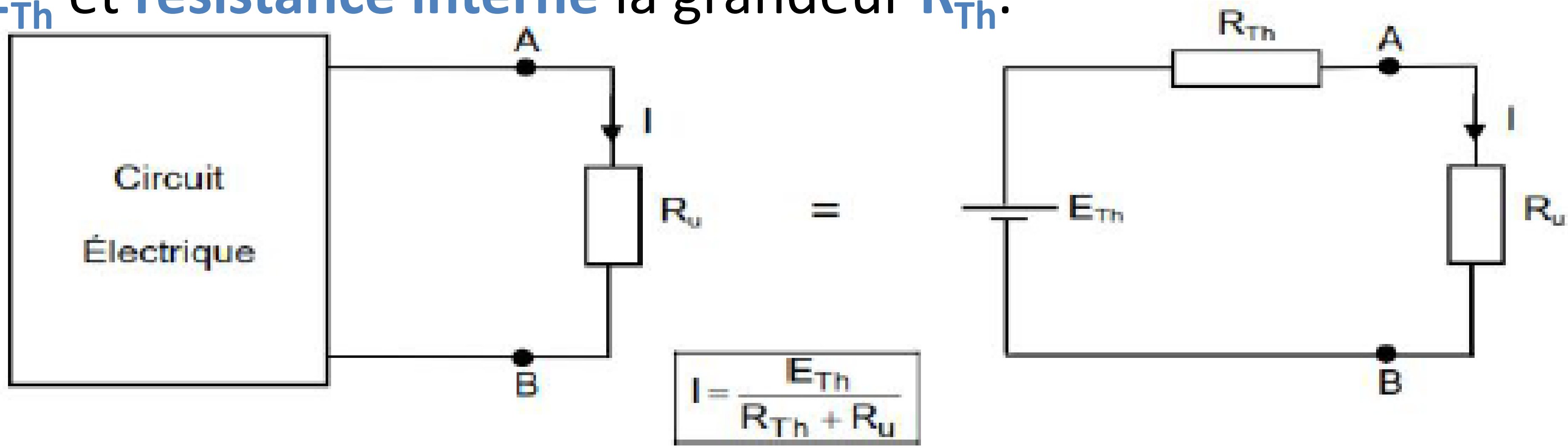
On peut alors modéliser ce dipôle par **une source de tension idéale** **et une résistance en série**.



Théorème de Thévenin

Publié en 1883 par l'ingénieur français **Léon Charles Thévenin**:**« Tout circuit linéaire peut être modélise par une source de tension en série avec une résistance ».**

On appelle **force électromotrice** du générateur la grandeur E_{Th} et **résistance interne** la grandeur R_{Th}.



Circuit électrique: composé de **sources de tension** ou **de courant** et **de résistors**, et possédant deux bornes A et B entre lesquelles est raccordée une **charge R_u**.

Théorème de Thévenin

Le circuit électrique peut être remplacer par:

•Une **source de tension de Thévenin E_{th}** dont la tension est calculée entre les bornes A et B **lorsque la charge R_c est déconnectée (tension à vide)**.

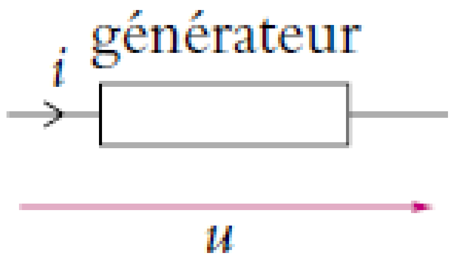
•Un **résistor de Thévenin R_{th}** dont sa valeur de résistance calculée, entre les bornes A et B **lorsque la charge est déconnectée** et que **les sources sont éteintes**, en respectant les deux règles ci-dessous:

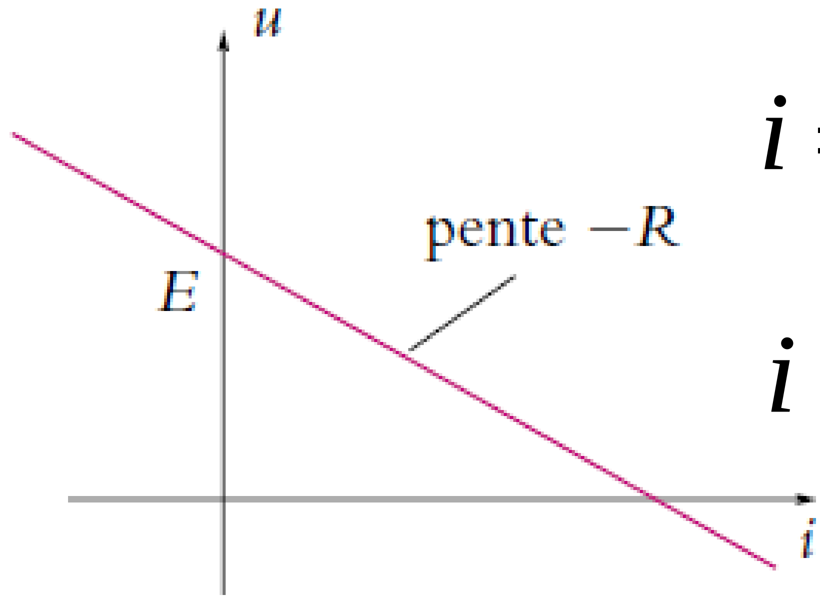
-Les **sources de tension** (indépendantes) sont **remplacées par un court-circuit**,

-Les **sources de courant** (indépendantes) par **un circuit ouvert.**

Théorème de Norton

La caractéristique tension-courant des générateurs :

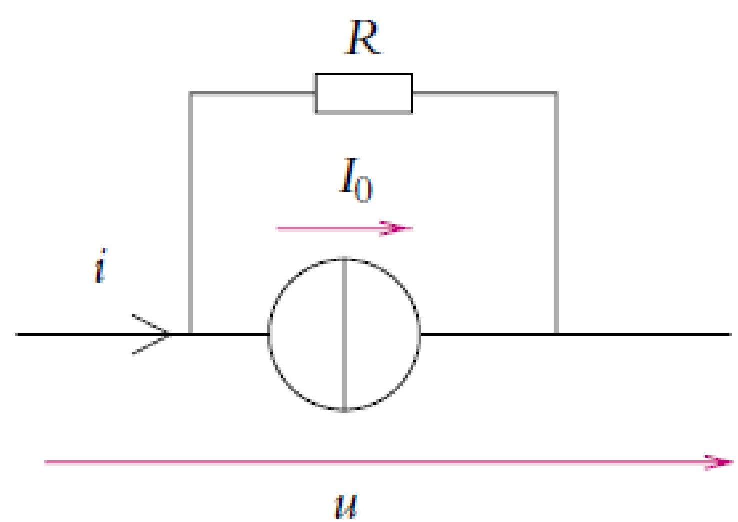




$$i = \frac{E}{R} - \frac{1}{R}u$$

$$i = I_0 - Gu$$

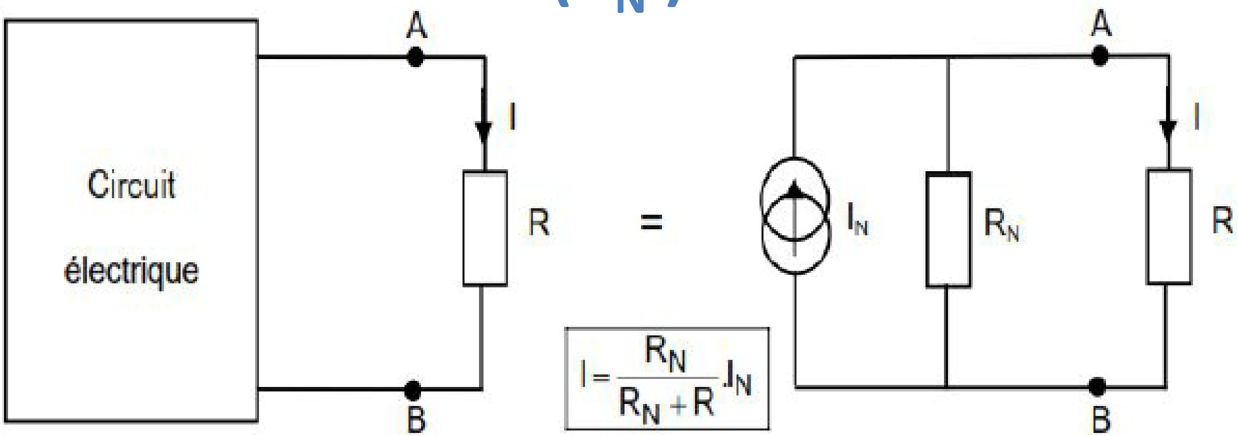
Il est donc possible de considérer une deuxième modélisation du générateur :



Théorème de Norton

Publié **en 1926** par l'ingénieur des laboratoires Bell, **Edward Lawry Norton**: **« Tout circuit linéaire peut être modélise par une source de courant en parallèle avec une résistance ».**

Ce générateur possède **une source de courant (I_0 ou I_N) en parallèle avec une résistance (R_N).**

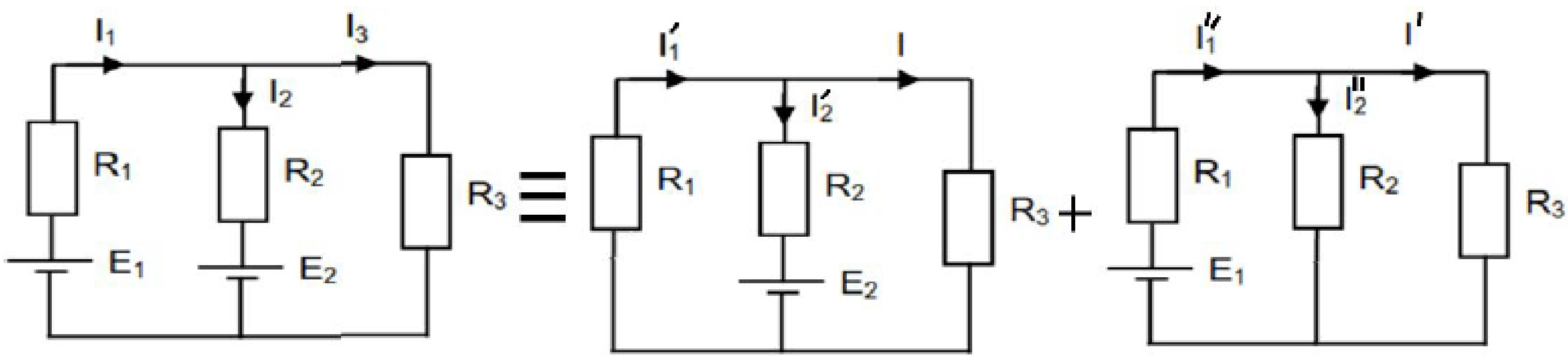


Le courant de Norton I_N est obtenu par calcul ou par une mesure après avoir **court-circuité les bornes A et B**,

La résistance interne R_N s'obtient de la même façon que celle du théorème de Thevenin ($R_N = R_{Th}$).

Théorème de superposition

Dans un **circuit électrique linéaire** comprenant **plusieurs sources indépendantes**, l'**intensité du courant électrique dans une branche** est **égale à la somme algébrique des intensités produites dans cette branche par chacune des sources considérées isolement**, les autres sources étant éteintes et leur résistance interne étant maintenue.

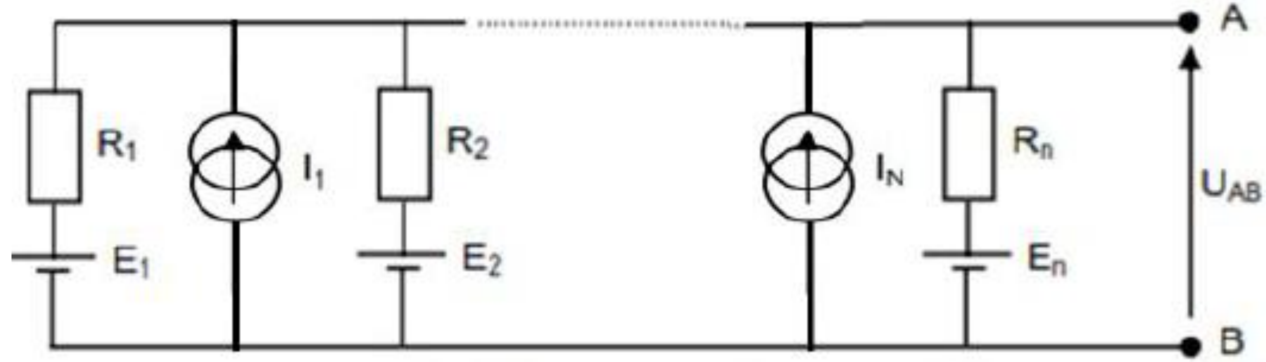


$$I_3 = I + I'$$

Théorème de Millman

Principe :

Ce théorème très pratique permet de **déterminer la différence de potentiel** aux **bornes de plusieurs branches en parallèle** (U_{AB}).



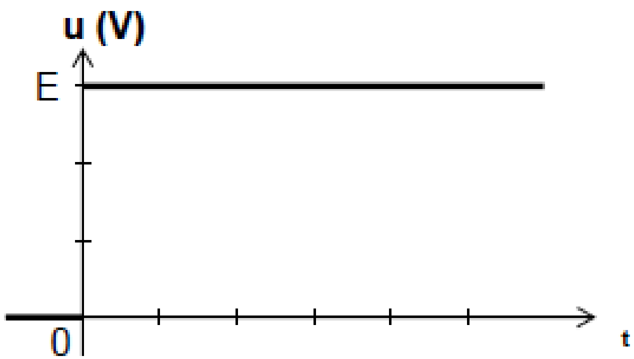
$$U_{AB} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{E_i}{R_i} + \sum_{j=1}^{N} I_j}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} E_i . G_i + \sum_{j=1}^{N} I_j}{\sum_{i=1}^{n} G_i}$$

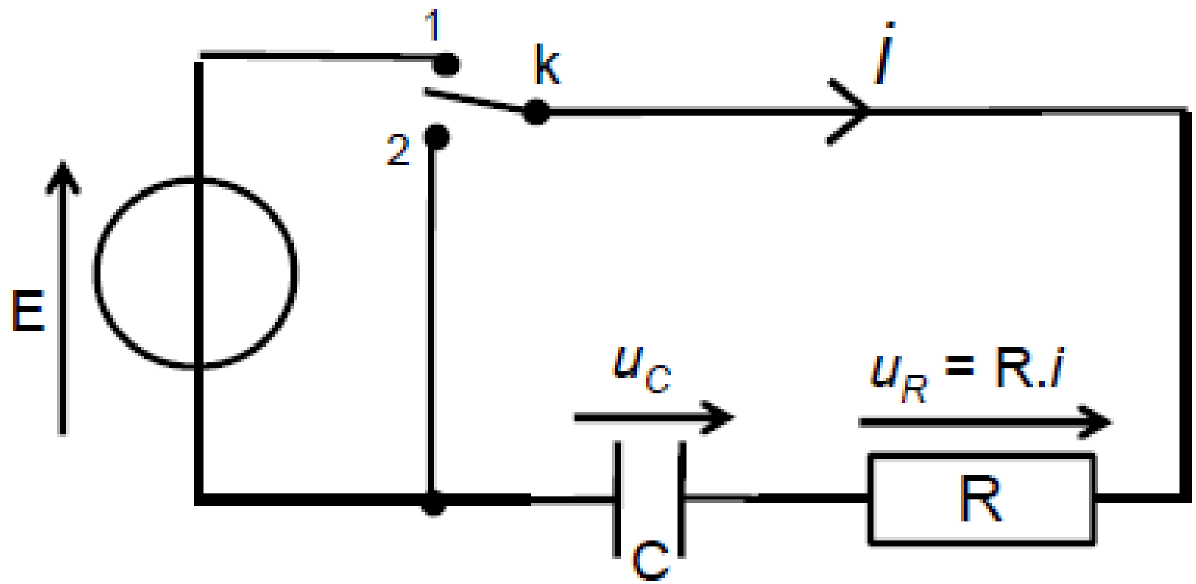
Attention: Si E_i= 0, il ne faut pas oublier le 1/Ri correspondant au dénominateur.

Etude du circuit RC

Un Circuit RC est constitué de **l'association en série d'un conducteur ohmique (R) et d'un condensateur (C).**

On associe le dipôle RC à **un générateur idéal de tension**.





On cherche à déterminer l'expression de **l'intensité i(t) et de la tension u_c(t).**

Etude du circuit RC

La loi des mailles donne : $$u = u_C + u_R = u_C + Ri$$

Relation entre l'intensité traversant un condensateur et la tension à ses bornes : $$i = C\frac{du_C}{dt}$$

On obtient alors **une équation différentielle de premier ordre avec second membre** :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{1}{RC}u$$

soit $$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{u}{\tau}$$ **Avec τ=RC**

La résolution de ces équations différentielles donne **u_C(t)et i(t) en fonction de temps.**

Etude du circuit RC

Théorème: Soit a et b deux réels.

Les solutions de l'équation différentielle: $\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = b$

Sont les fonctions y(t) de la forme:

$$y(t) = Ce^{-at} + \frac{b}{a}$$

La constante C est déterminée par les conditions initiales.

Deux cas de figures se présentent:

- On bascule k vers la position 1:

Condensateur se charge u=E

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau}$$

- On bascule k vers la position 2:

Condensateur se décharge: u=0

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = 0$$

Etude du circuit RC

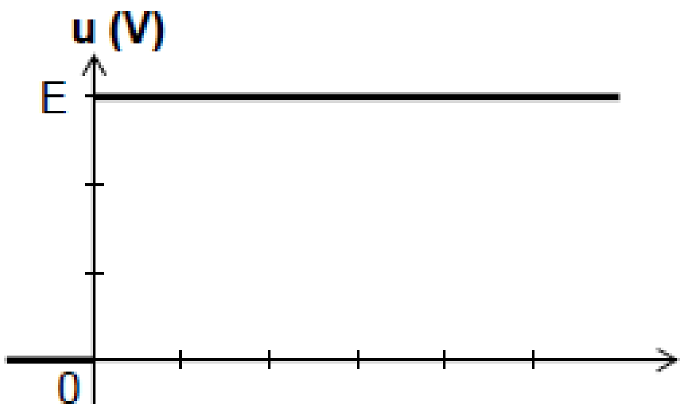
Charge du condensateur

La continuité de la tension aux bornes du condensateur implique que $u_c(t=0)=0$, donc:

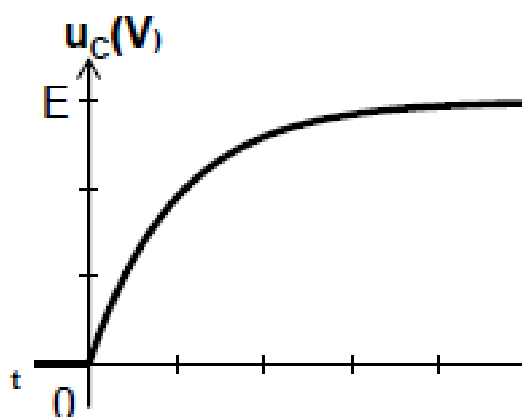
$$u_C(t) = E.\left[1 - e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}\right] \qquad i(t) = I_0.e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

avec $I_0=E/R$

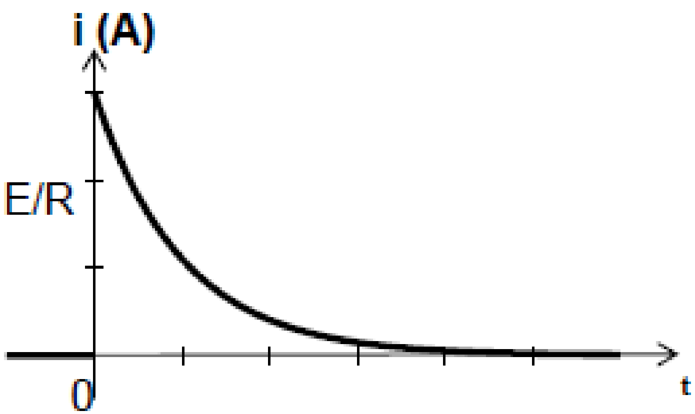
Représentation graphique de la charge du condensateur :



La tension aux bornes du dipôle passe de 0 à E (échelon)



La tension u_C augmente sans discontinuité de 0 à E.



L'intensité diminue avec discontinuité de $I_0=E/R$ à 0.

Etude du circuit RC

Détermination de constante de temps τ de charge du condensateur:

La constante de temps **τ = R·C** est **la durée caractéristique de la charge ou de la décharge du condensateur**.

La première méthode:

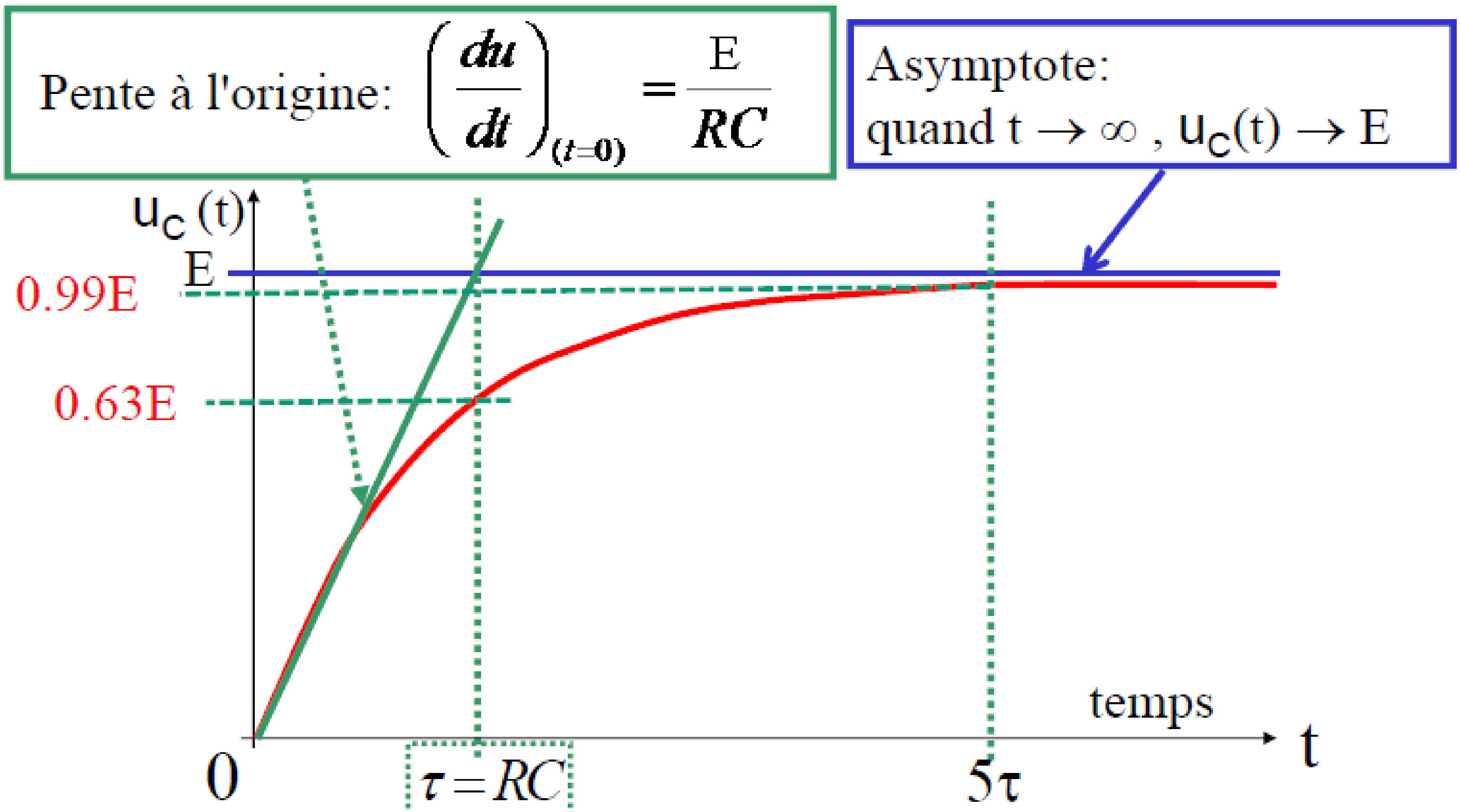
- Tracer la tangente à $u_c(t)$ en t=0, donnée par la relation

$$u_c(t) = a.t \; ou \; a = (\frac{duc}{dt})_{t=0} = \frac{\mathrm{E}}{\tau}$$

- Tracer l'asymptote u_c=E,
- τ Est l'abscisse du d'intersection de la tangente et l'asymptote tracées sur la courbe de $u_c(t)$ ou il faut égaler ces deux équations t=τ.

Etude du circuit RC

Détermination de constante de temps τ de charge du condensateur:



Etude du circuit RC

2ème méthode:

Lorsque le condensateur est en charge, après une durée **t = τ**, on a:

$$u_c(t = \tau) = 0.63\text{E}$$

La tension u_c atteigne de 63% de sa valeur finale.

3ème méthode:

Après une durée **t = 5τ**: $$u_c(t = 5\tau) = 0.99\text{E}$$

La tension u_c atteigne de 99% de sa valeur finale.

On considère que la charge du **condensateur** est **terminée** après une **durée de charge** ou de décharge égale à **5τ**:

- **Régime transitoire : $0 < t < 5\tau$**
- **Régime permanent : $t \geq 5\tau$**

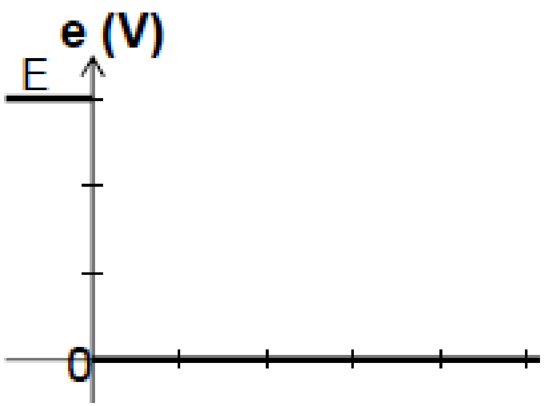
Etude du circuit RC

Décharge du condensateur d'un dipôle RC:

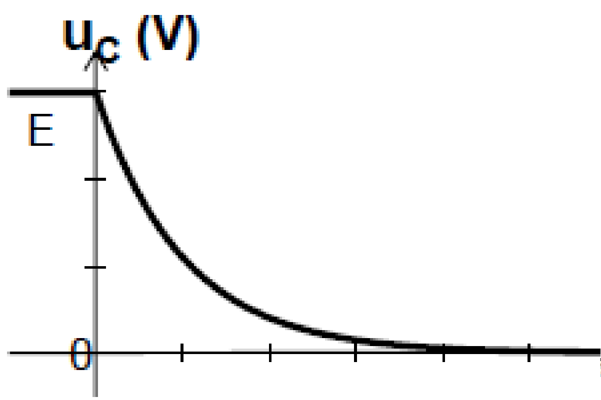
Quand le condensateur est chargée, on bascule l'interrupteur k vers la position 2 et on prend cette instant comme origine des temps. Donc à t=0, u_c (t=0)=E et le condensateur se décharge:

$$u_C(t) = E.e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \qquad\qquad i(t) = -I_0.e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$

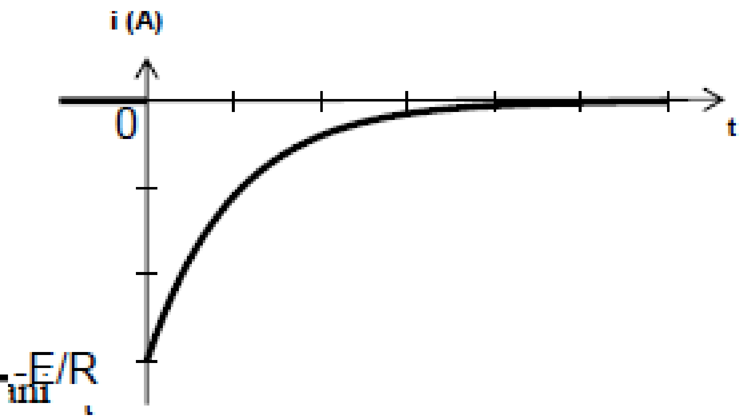
Représentation graphique de la décharge du condensateur :



La tension aux bornes du dipôle passe de E à 0 (échelon).



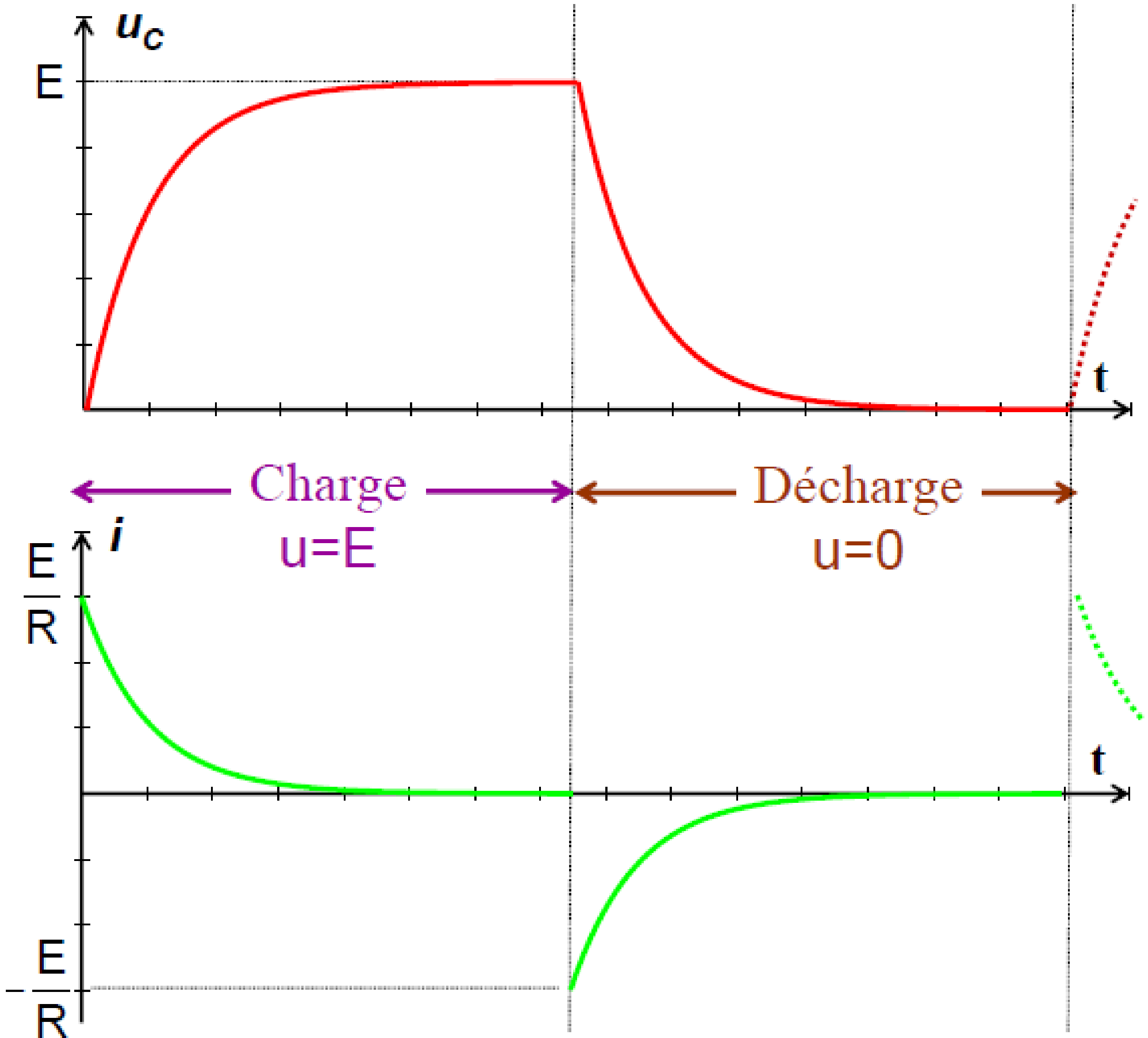
La tension u_C diminue sans discontinuité de E à 0.



L'intensité augmente avec discontinuité de -I_0=-E/R à 0.

Etude du circuit RC

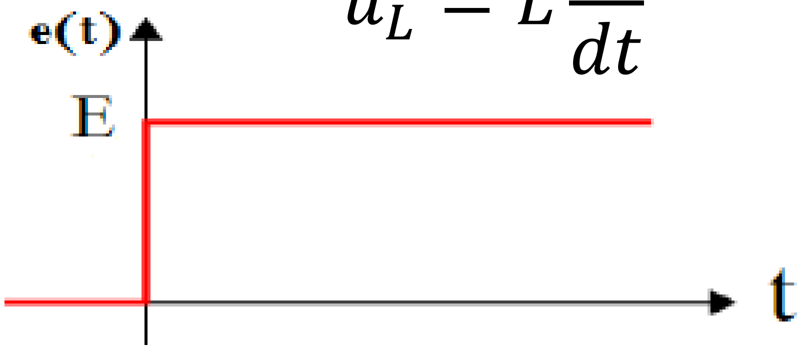
La charge et la décharge du condensateur d'un dipôle RC

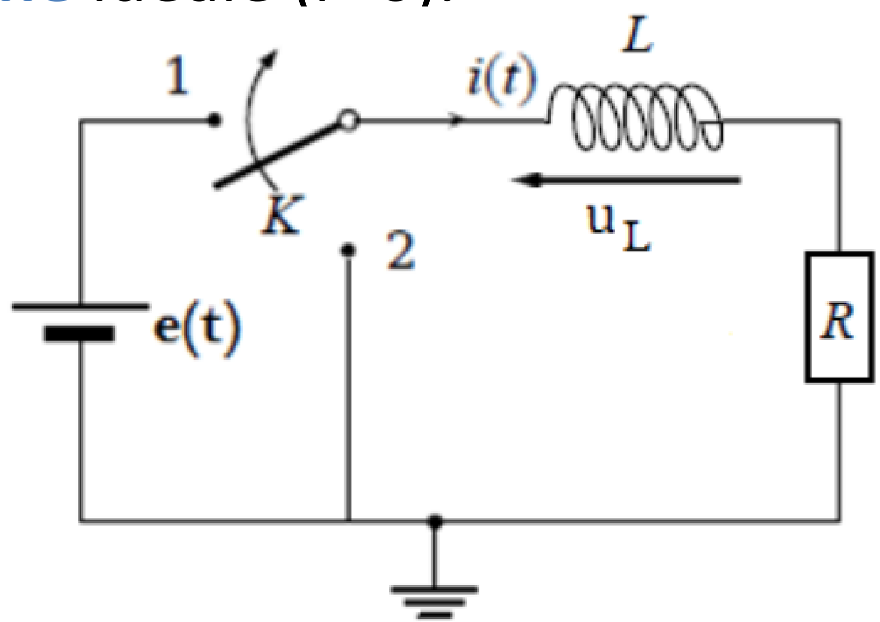


Etude du circuit RL

On étudie le circuit RL soumis à un **échelon de tension e(t)**, on s'intéresse à **l'allure de l'intensité** dans le circuit et à la **tension aux bornes de la bobine** idéale (r=0).

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$





On applique la loi des mailles :

$$e(t) = Ri + L\frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{e(t)}{R\tau}$$

Avec τ = L/R

C'est une équation différentielle de premier ordre avec second membre.

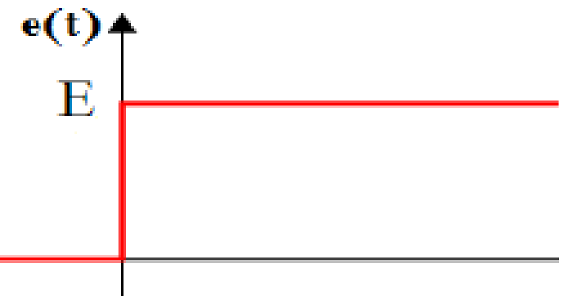
Etude du circuit RC

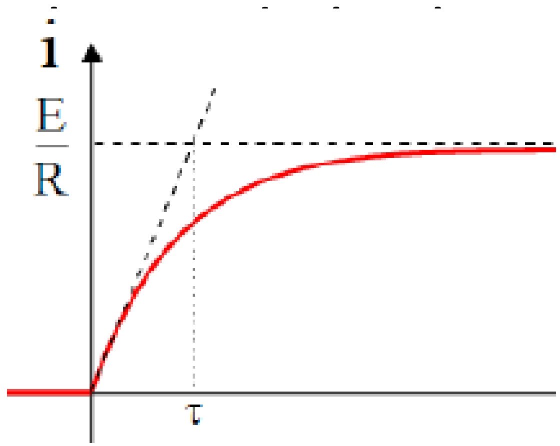
Etablissement du courant dans un dipôle RL

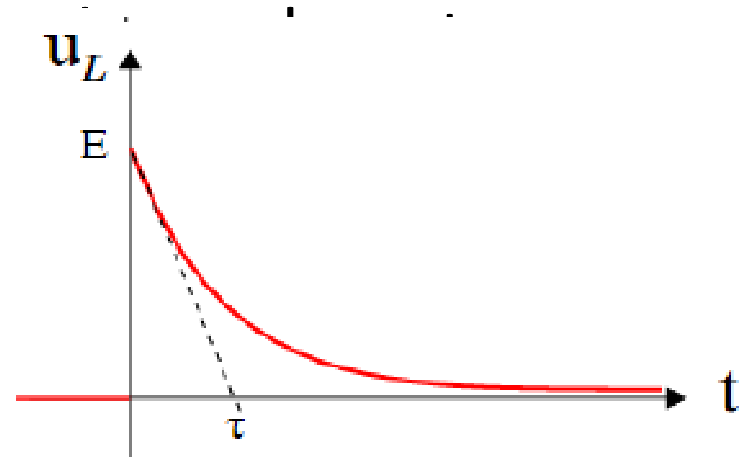
La continuité de l'intensité du courant dans la bobine implique que i(t=0)=0, donc:

$$i(t)=\frac{E}{R}.\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad u_L(t)=E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Représentation gr







La tension aux bornes du dipôle passe de 0 à E (échelon)

i(t) qui circule dans la bobine tend vers une valeur limite E/R de façon exponentielle.

u_L passe en t=0 de la valeur 0 à la valeur E:elle présente une discontinuité aux bornes de la bobine.

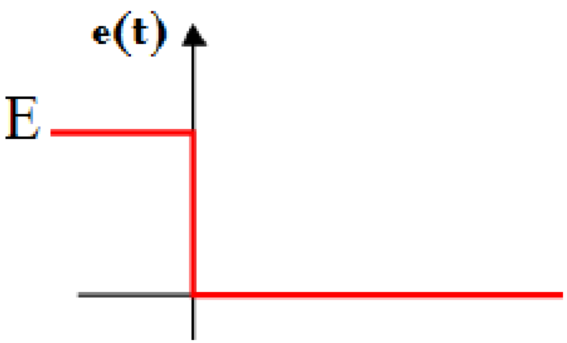
Etude du circuit RL

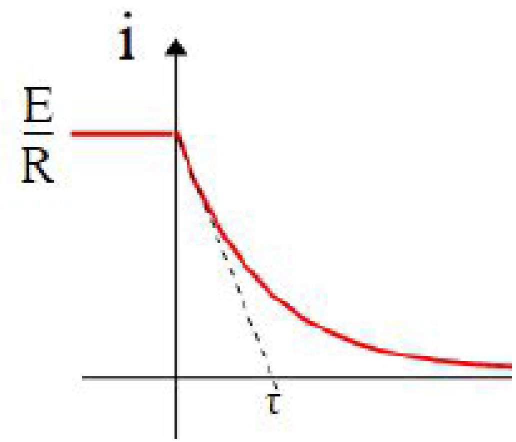
Rupture du courant dans un dipôle RL

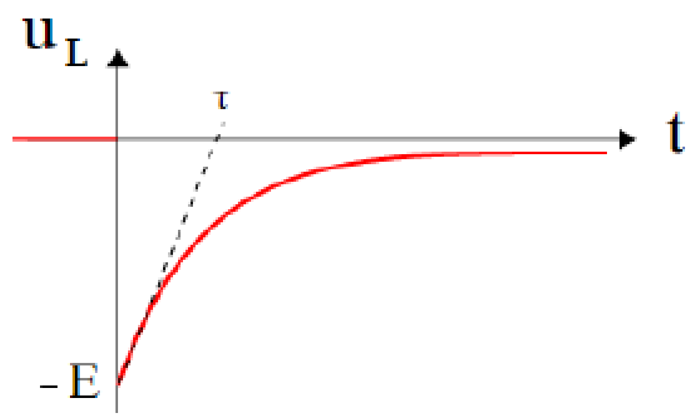
Quand le courant de la bobine est établi, on bascule l'interrupteur k vers la position 2 et on prend cette instant comme origine des temps. Donc à t=0, $i(t=0)=E/R=I_0$.

$$i(t)=\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad\qquad u_L(t)=-E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Représentation graphique de la décharge du condensateur :





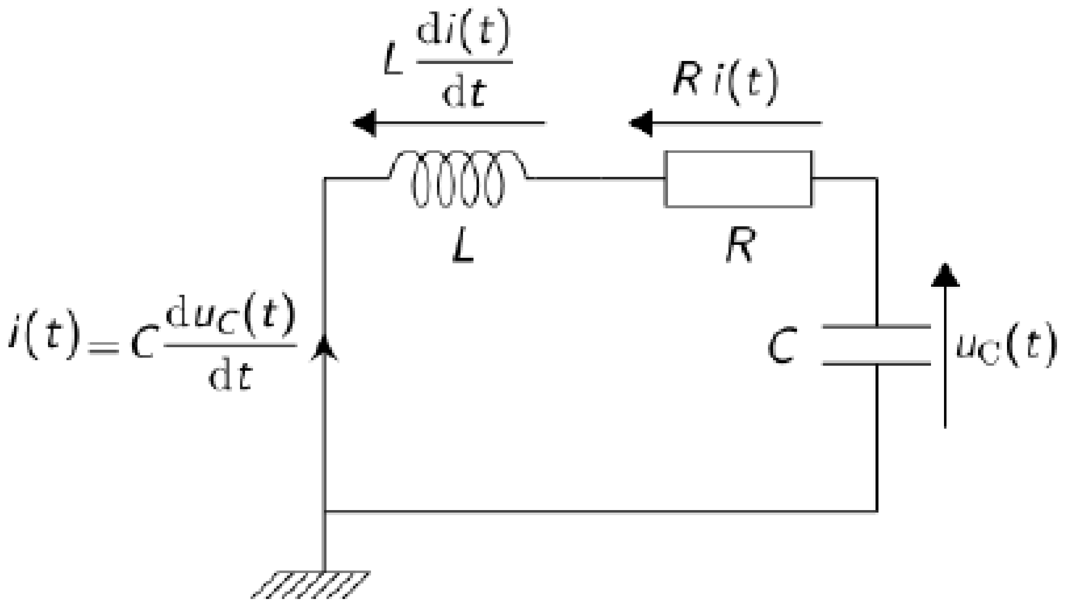


La tension aux bornes du dipôle passe de E à 0 (échelon).

i(t) dans la bobine tend vers 0, ce qui justifie la rupture du courant dans la bobine.

Etude du circuit RLC en Régime libre

Etude du comportement du circuit RLC lorsque le **condensateur à été préalablement chargé** sous la tension E du générateur, et lorsqu'il **se décharge dans la bobine idéale et la résistance R**.



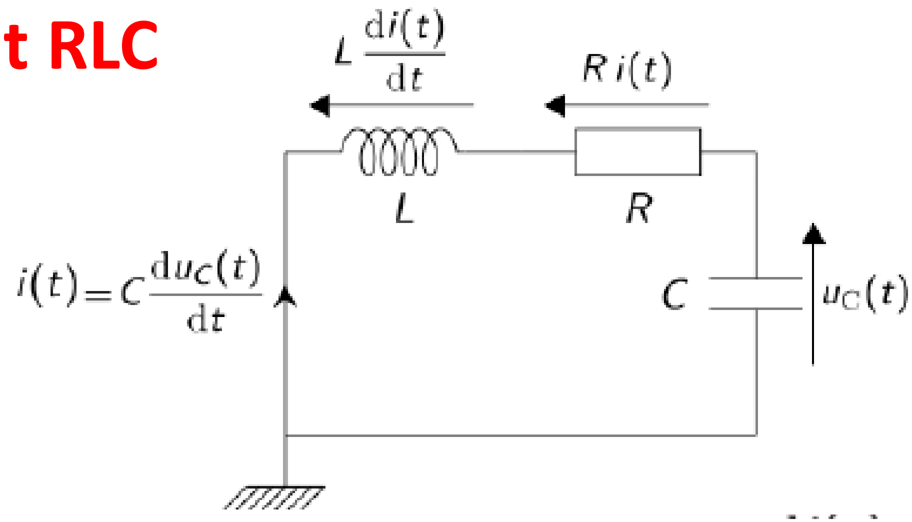
Conditions initiales:

- La continuité de la tension aux bornes du condensateur implique que **u(t=0)=E**.

- La continuité de l'intensité dans la bobine implique que **i(t=0)=0**.

Equation différentielle du circuit RLC

- Loi des mailles



$$u_C(t)+Ri(t)+L\frac{di(t)}{dt}=0$$

$$i(t)=C\frac{du_C(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2u_C(t)}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{LC}u_C(t)=0$$

C'est une **équation différentielle du second ordre à coefficients constants sans second membre.**

Etude du circuit RLC en Régime libre

Définitions des variables réduites:

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{LC}u_C(t) = 0$$

Pulsation propre: la pulsation des oscillations **en l'absence d'amortissement par effet Joule**.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ **En rad.s^{-1} ou s^{-1}**

Facteur d'amortissement: lié à la résistance globale du circuit.

$$\lambda = \frac{R}{2L}$$ **En s^{-1}**

R ↗ ⟹ λ ↗

Facteur de qualité : $$Q = \frac{\omega_0}{2\lambda} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Nombre sans dimensions qui permet d'évaluer la capacité du circuit à conserver l'énergie qu'il a emmagasiner.

Etude du circuit RLC en Régime libre

Equation caractéristique: $$r^2 + 2\lambda r + \omega_0^2 = 0$$

Cette équation caractéristique acceptant plusieurs solutions selon la valeur de son discriminant réduit :

$$\Delta' = \lambda^2 - \omega_0^2$$

Les différents régimes:

1. **Régime apériodique: $\Delta' > 0$**

$$\lambda > \omega_0 \quad \Leftrightarrow \quad R > 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \Leftrightarrow \quad Q < \frac{1}{2}$$

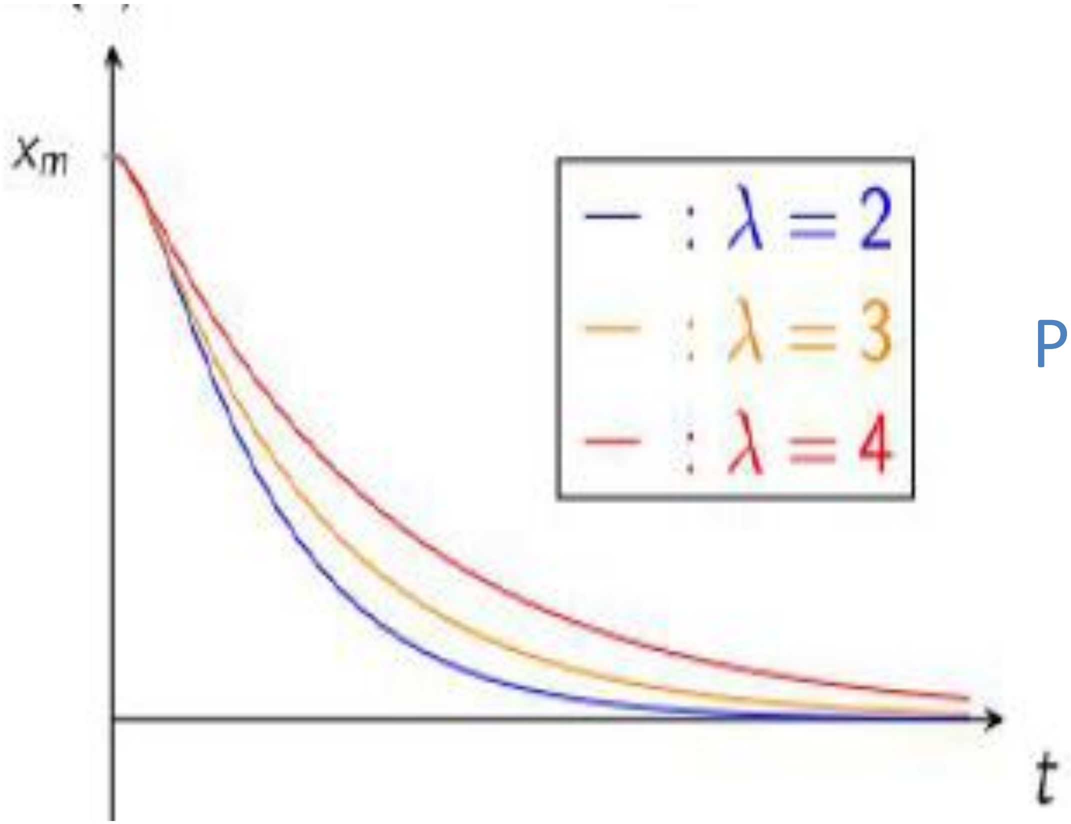
L'équation caractéristique admet **deux racines négatives**:

$$r_1 = -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2} \qquad r_2 = -\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}$$

Etude du circuit RLC en Régime libre

Régime apériodique

$$u_C(t) = A\exp\left(\left(-\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}\right)t\right) + B\exp\left(\left(-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_0^2}\right)t\right)$$



Pas d'oscillation électrique

l'amortissement est trop fort

Etude du circuit RLC en Régime libre

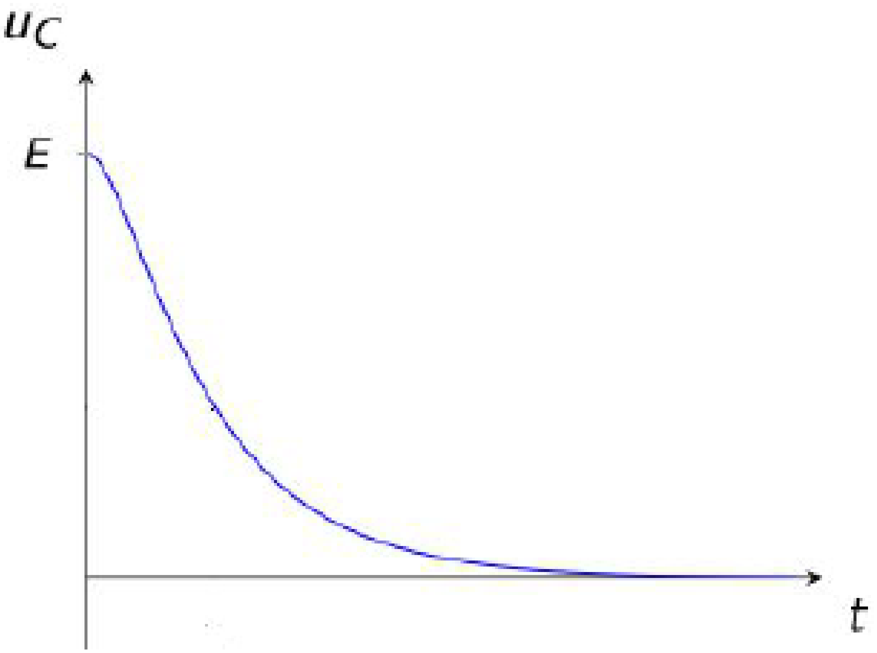
Régime critique Δ’= 0

$$\lambda = \omega_0 \quad \Leftrightarrow \quad R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = R_C \quad \Leftrightarrow \quad Q = \frac{1}{2}$$

L’équation caractéristique admet une racine double négative:

$$r_1 = -\lambda = -\omega_0$$

$$u_C(t) = (At + B)e^{-\lambda t}$$



Régime critique = premier régime apériodique.

Etude du circuit RLC en Régime libre

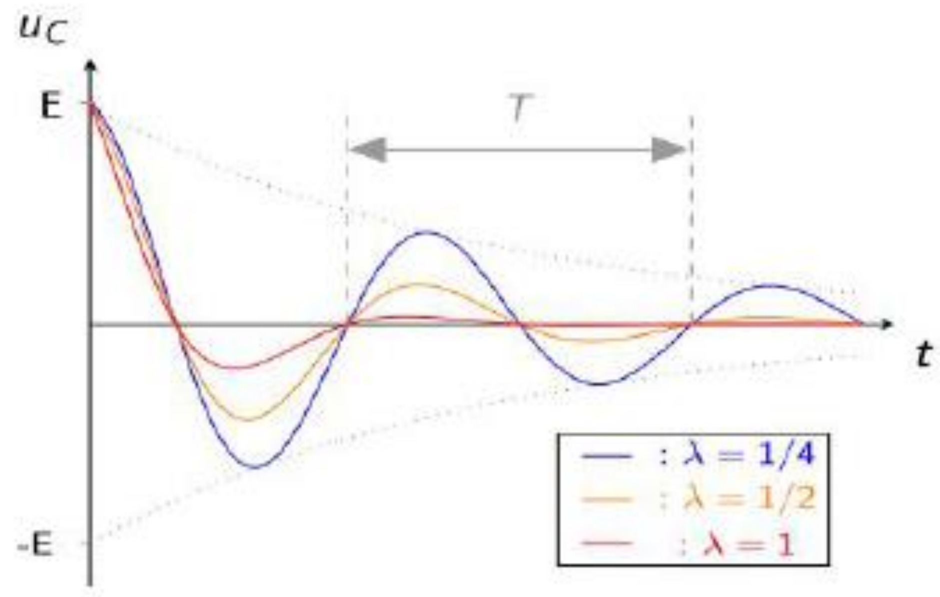
Régime pseudo-périodique : Δ' < 0

$$\lambda < \omega_0 \quad \Leftrightarrow \quad R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad \Leftrightarrow \quad Q > \frac{1}{2}$$

L'équation caractéristique admet deux racines complexes conjuguées.

$$r_1 = -\lambda + j\omega \quad r_2 = -\lambda - j\omega \quad avec\ \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$$

$$u_C(t) = E\exp(-\lambda t)\cos(\omega t + \phi)$$



La pseudo-période T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}}$$

Merci

pour votre attention